

Warum es manchmal hilfreich sein kann, das Lernen schwerer zu machen

Kognitive Aktivierung und die Kraft des Vergleichens

Frank Lipowsky & Miriam Hess

Das Lernen schwerer zu machen, um nachhaltiges Lernen und Verstehen zu erreichen – dies klingt zunächst paradox, gilt es doch gemeinhin als Aufgabe der Lehrperson, den Lernprozess von Schülerinnen und Schülern zu erleichtern. Aber nicht immer befördern die Strategien und Maßnahmen für leichteres Lernen wirkliches Verstehen und langfristiges Lernen. In diesem Beitrag wird die These, dass es manchmal hilfreich sein kann, das Lernen schwerer zu machen, anhand von Befunden der Forschung erläutert und an Beispielen aus der Praxis und mit Ideen für den Unterricht illustriert. Im ersten Teil des Beitrags wird allgemein auf Maßnahmen zur kognitiven Aktivierung von Lernenden eingegangen. Im zweiten Teil werden ausgewählte Strategien der kognitiven Aktivierung vorgestellt, die Lernende zum Vergleichen anregen.

1. Was ist kognitive Aktivierung? – Zu den Basisdimensionen guten Unterrichts

Da inzwischen zahlreiche Befunde zur Unterrichtsqualität existieren, ist es nicht immer ganz einfach, sich einen Überblick über die Merkmale »guten Unterrichts« zu verschaffen. Aber auch, wenn der Forschungsstand nicht sehr übersichtlich und nicht immer einheitlich ist, so gibt es »dennoch eine ganze Reihe stabiler Befunde zur Qualität des Unterrichts« (Ditton 2008, S. 59).

Besonders beliebt sind sogenannte »Merkmalkataloge«, die verschiedene Aspekte guten Unterrichts auflisten und gerade für die Praxis oft eine hilfreiche Orientierung bieten. Beim Vergleich der Merkmale wird jedoch erkennbar, dass sich die Anzahl, der Auflösungsgrad und die Bezeichnung der Merkmale stark zwischen den einzelnen Listen unterscheiden (z. B. Brophy & Good 1986, Helmke 2009, Meyer 2007). Dies wird oftmals damit erklärt, dass erfolgreicher Unterricht unterschiedlich verwirklicht werden kann (z. B. Bremerich-Vos 2000, Ditton 2008, Weinert 1998).

Einige der Merkmalkataloge basieren auf sogenannten Metaanalysen (z. B. Hattie 2009, Seidel & Shavelson 2007), also Studien, die die Ergebnisse einer Vielzahl vorheriger Forschungsarbeiten statistisch zusammenfassen und daraus sogenannte Effektstärken berechnen, die angeben, welche Merkmale des Unterrichts oder des Verhaltens der Lehrperson besonders lernwirksam sind. Damit haben diese Sammlungen eine empirische Basis.

Andere Merkmalslisten basieren eher auf theoretischen Annahmen, also Vorstellungen darüber, wie das Lernen von Schülerinnen und Schülern durch Lehrprozesse bestmöglich unterstützt werden kann (z. B. Hasselhorn & Gold 2009, Klauer & Leutner 2007, Renkl 2009, Rosenshine 1995). Diese auf Instruktionstheorien basierenden Listen leiten also ausgehend von Theorien des Lernens Annahmen über effektive Lehre bzw. guten Unterricht ab (Leutner 2010) und verstehen damit »Lehren als Lernförderung« (Gold 2008, S. 245).

Während den empirisch basierten Merkmalskatalogen oftmals vorgeworfen wird, dass sie zu wenig theoriebasiert seien (z. B. Clausen 2002, Einsiedler 1997), wird im Gegenzug an den auf Instruktionstheorien basierenden Listen kritisiert, dass ihnen teilweise die empirische Basis fehle.

Ein Modell der Unterrichtsqualität, das beides vereint, indem es sowohl theoretische Bezüge herstellt als auch empirische Befunde integriert, ist das Modell der drei Basisdimensionen der Unterrichtsqualität (Klieme, Lipowsky, Rakoczy & Ratzka 2006, Kunter & Trautwein 2013, Lipowsky 2015, Reusser, Pauli & Waldis 2009). Es wurde anhand von Beobachtungsdaten aus der TIMSS-Videostudie entwickelt. Dabei wurde eine Vielzahl einzelner Merkmale der Unterrichtsqualität faktorenanalytisch zu drei »unverzichtbaren Grundbedingungen schulisch organisierten Lernens« (Klieme, Schümer & Knoll 2001, S. 52), den sogenannten Basisdimensionen, zusammengefasst. Das Ziel einer Faktorenanalyse besteht u. a. darin, Einzelmerkmale zu größeren Merkmalskomplexen zu verdichten, um zu einer etwas überschaubareren Anzahl gut voneinander abgrenzbarer Dimensionen zu kommen. Das Modell der drei Basisdimensionen wurde mittlerweile mehrfach empirisch bestätigt, auch wenn offen ist, ob es nicht durch stärker fachliche Dimensionen von Unterrichtsqualität ergänzt werden muss (Lipowsky & Bleck im Druck).

Im Modell der Basisdimensionen wird die *kognitive Aktivierung* neben der *effektiven Klassenführung* und dem *unterstützenden Unterrichtsklima/der konstruktiven Lernunterstützung* als Grundbaustein lernwirksamen und motivationsförderlichen Unterrichts angesehen. Zur Klassenführung werden dabei die effektive Bewältigung und die Prävention von Unterrichtsstörungen gezählt, sodass wenige Unterbrechungen vorkommen und die Lernzeit aktiv genutzt wird. Maßgeblich für den Grad an Lernunterstützung und das Niveau des unterstützenden Unterrichtsklimas sind Merkmale wie ein respektvoller Umgang der Lehrperson mit den Schülerinnen und Schülern, die Sensitivität der Lehrperson für die Bedürfnisse der Lernenden, das Interesse der Lehrperson an der Entwicklung der Schülerinnen und Schüler, kein übermäßiger Leistungsdruck, ein moderates Interaktionstempo, konstruktives Feedback und ein nicht beschämender Umgang mit Fehlern (Klieme u. a. 2001, 2006, Lipowsky & Bleck im Druck).

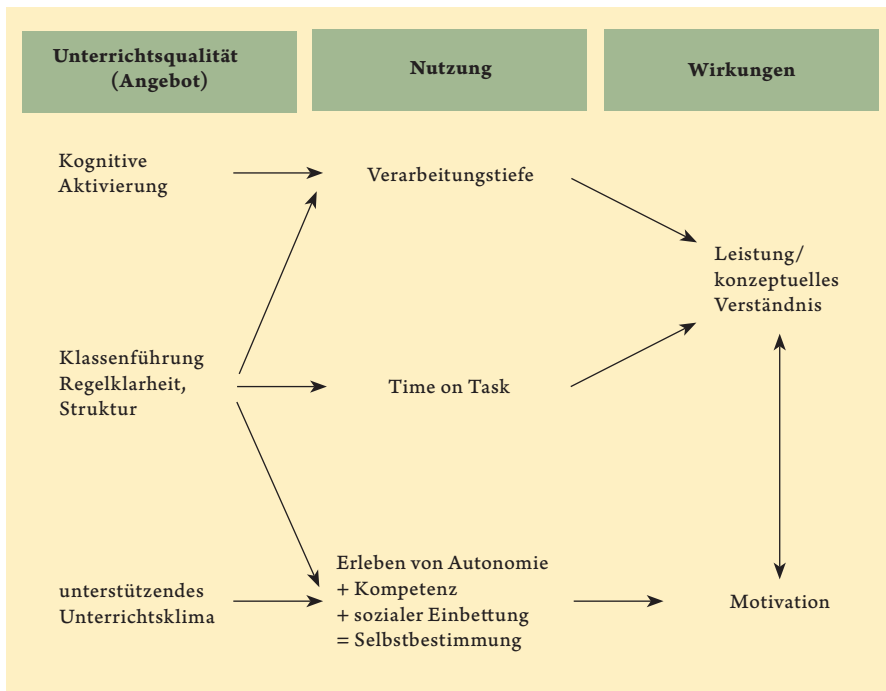


Abbildung 1: Basisdimensionen der Unterrichtsqualität und vermutete Wirkungen (Klieme u. a. 2006, S. 131)

Als kognitiv aktivierend kann ein Unterricht bezeichnet werden, »wenn er Lernende zum vertieften Nachdenken und zu einer elaborierten Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand anregt« (Lipowsky 2015, S. 93). Das Ziel eines kognitiv anregenden Unterrichts besteht dabei im Aufbau von konzeptuellem Verständnis und anwendbarem Wissen (z. B. Kunter u. a. 2005).

Neben der empirischen Basis betonen Klieme, Lipowsky, Rakoczy und Ratzka (2006) als Besonderheit des Modells der Basisdimensionen, dass es verschiedene theoretische Konzepte und Wirkungshypothesen der Unterrichtsforschung integriert (vgl. Abbildung 1). Dabei wird Unterricht im Sinne des Angebots-Nutzungs-Modells als Angebot von Lerngelegenheiten für Schülerinnen und Schüler verstanden: »Lehrerhandeln ‚verursacht‘ daher nicht Schülerlernen, sondern erschafft eine Lernumgebung als Raum von Lerngelegenheiten, die von den Beteiligten gemeinsam geformt und im Sinne eines Angebots je individuell genutzt werden« (Klieme 2006, S. 765).

Wie in Abbildung 1 deutlich wird, werden unterschiedliche Wirkungen des Unterrichtsangebots auf das Lernen und die Motivation der Schülerinnen und Schüler angenommen, die über Aspekte der Nutzung des Angebots durch die Lernenden vermittelt werden. Eine besondere Rolle spielt dabei beispielsweise die Selbstbestimmungsthe-

orie der Motivation (Ryan & Deci 2000), der zufolge davon ausgegangen wird, dass (intrinsische) Motivation v.a. über die Erfüllung der drei Grundbedürfnisse Autonomie, soziale Eingebundenheit und Kompetenzerleben erreicht werden kann. Diese Merkmale dürfte vor allem ein schülerorientierter und unterstützender Unterricht erfüllen, in dem eine wertschätzende Beziehung zwischen der Lehrperson und den Lernenden besteht und die Schülerinnen und Schüler konstruktives Feedback erhalten (z. B. Kunter 2005, Rakoczy 2006).

Eine effektive Klassenführung kann sich sowohl auf die Motivation als auch auf die Leistung positiv auswirken (vgl. Abbildung 1), da sie zum einen ein angenehmes, störungsarmes Klima ermöglicht und den Lernenden Sicherheit und Orientierung bietet und zum anderen die Voraussetzung für eine vertiefte Auseinandersetzung mit den Inhalten schafft, indem sie für ein hohes Ausmaß an Schülersaufmerksamkeit und an aktiv genutzter Lernzeit (time on task) sorgt.

Um die Leistung der Lernenden zu fördern, ist vor allem eine vertiefte Auseinandersetzung mit den Lerninhalten entscheidend, was vor allem über die Basisdimension der kognitiven Aktivierung erreicht werden kann (vgl. Abbildung 1). Dazu ist ein Unterricht geeignet, »der Raum gibt für die eigenständige und kooperative Wissens-Konstruktion bei der Bearbeitung von komplexen und anspruchsvollen Problemstellungen in möglichst authentischen Lernsituationen« (Klieme u. a. 2006, S. 129). Mit der Basisdimension der kognitiven Aktivierung lassen sich vor allem konstruktivistische und sozial-konstruktivistische Theorien in Verbindung bringen (Klieme u. a. 2006), welche sowohl die eigenständige Konstruktionsleistung der Lernenden für den Aufbau von Wissen betonen als auch die Bedeutsamkeit des Austausches mit Anderen.

Die drei Basisdimensionen implizieren somit letztlich grundlegende Bedingungen für Unterricht und Lernen: Aufmerksamkeit (effektive Klassenführung), Motivation und positive Emotionen (unterstützendes Unterrichtsklima/konstruktive Lernunterstützung) sowie kognitive Verarbeitung und Verstehen (kognitive Aktivierung) (Klieme 2019, Lipowsky & Bleck im Druck).

Während eine effektive Klassenführung und ein unterstützendes Unterrichtsklima etwas einfacher zu konzeptualisieren sind, können zur kognitiven Aktivierung der Lernenden potenziell eine Vielzahl unterrichtlicher Maßnahmen und Verhaltensweisen der Lehrperson beitragen. Daher wird im folgenden Abschnitt noch einmal näher darauf eingegangen, welche Maßnahmen ein besonderes Potenzial besitzen, Schülerinnen und Schüler kognitiv herauszufordern und was diese gemeinsam haben.

2. Was haben verschiedene Konzeptualisierungen von kognitiver Aktivierung gemeinsam?

Da nicht unmittelbar beobachtet werden kann, ob Schülerinnen und Schüler tatsächlich kognitiv aktiviert sind, müssen zur Beurteilung der kognitiven Aktivierung Indikatoren auf Seiten der Lernenden und der Lehrperson herangezogen werden (Lipowsky 2015, Lotz 2016). Die Vielschichtigkeit des Konstrukts der kognitiven Aktivierung beginnt daher bereits bei dessen Messung. Zum einen werden bestimmte Aspekte des Unterrichts, wie z. B. die gestellten Lehrerfragen sowie das Einfordern von Begründungen und damit vorwiegend das Handeln von Lehrpersonen unter die Lupe genommen, um das Potenzial zur kognitiven Aktivierung der Lernenden einzuschätzen. Zum anderen liegt der Fokus auf dem beobachtbaren Verhalten der Schülerinnen und Schüler und damit eher auf der Nutzung unterrichtlicher Angebote, also z. B. darauf, inwieweit die Lernenden argumentieren, auf ihr Vorwissen zurückgreifen und Bezüge zu Beiträgen anderer Schülerinnen und Schüler herstellen. Neben Beobachtungen wird aber auch auf Befragungen zurückgegriffen, um das Potenzial des Unterrichts zur kognitiven Aktivierung der Lernenden zu erfassen. So werden Lehrpersonen zum Grad der kognitiven Aktivierung befragt und/oder Schülerinnen und Schüler sollen einschätzen, inwieweit sie sich als kognitiv herausgefordert erlebt haben (z. B. Fauth, Decristan, Rieser, Klieme & Büttner 2014).

Befasst man sich intensiver mit der Forschung zur kognitiven Aktivierung, so wird deutlich, dass darunter auch inhaltlich teilweise recht unterschiedliche Maßnahmen der Lehrperson und/oder Aktivitäten der Lernenden verstanden werden. Beispielsweise werden in aktuellen Studien folgende Merkmale als Facetten kognitiver Aktivierung erfasst:

- das Niveau und die Komplexität der eingesetzten Aufgaben und der gestellten Probleme (z. B. Baumert u. a. 2010, Cauet, Liepertz, Borowski & Fischer 2015, Helm 2016, Kleinknecht 2010, Lipowsky u. a. 2009, Lotz 2016, Rakoczy & Pauli 2006)
- die Offenheit von Problemstellungen (Kleinknecht 2010)
- das Aufgreifen und die ko-konstruktive Weiterentwicklung von Schülervorstellungen und -beiträgen im Unterrichtsgespräch (z. B. Kleinknecht 2010, Lotz 2016, Rakoczy & Pauli 2006)
- die Exploration der Gedankengänge und Lösungswege der Schülerinnen und Schüler (z. B. Kunter 2005, Lauterbach, Gabriel & Lipowsky 2013, Lotz 2016, Rakoczy & Pauli 2006)
- das Insistieren auf Schülererklärungen und -begründungen (z. B. Kunter 2005, Lauterbach u. a. 2013, Lotz 2016, Rakoczy & Pauli 2006)

- die Unterstützung kognitiver Selbstständigkeit (z. B. Lauterbach u. a. 2013, Lotz 2016)
- die Adaptivität¹ des Unterrichts bzw. die adaptive Bereitstellung von Informationen (z. B. Leuders & Holzäpfel 2011, Niederkofler & Amesberger 2016, Seifried & Wuttke 2016)
- die Individualisierung des Unterrichts (Helm 2016)
- der authentische Bezug des Unterrichts (Kleinknecht 2010)
- die Art der Schlussfolgerungen, die Richtigkeit der Problemidentifizierung, die Vollständigkeit der Problembearbeitung (Minnameier, Hermkes & Mach 2015) und der Grad des Problemlöseprozesses (Kleinknecht 2010)

So unterschiedlich diese unterrichtlichen Maßnahmen im Detail auch erscheinen mögen: Den meisten ist gemeinsam, dass sie der Verarbeitung und dem Abruf von Informationen dienen, also kognitive Prozesse anregen (Ziegelbauer 2009). Inwieweit ein einzelner Lernender kognitiv aktiviert wird, ist aber auch davon abhängig, ob sich der Unterricht an den individuellen Bedürfnissen und Ausgangslagen der einzelnen Lernenden orientiert. Deshalb tauchen in der oben genannten Liste auch Merkmale wie die Adaptivität und die Individualisierung des Unterrichts auf. Zu beachten ist hierbei allerdings, dass ein hoher Grad an Individualisierung per se noch nicht für eine hohe kognitive Aktivierung sorgt, sondern im Gegenteil auch dazu führen kann, dass es an Anregungen durch Mitschülerinnen und Mitschüler mangelt (Lipowsky & Lotz 2015).

In diesem Zusammenhang ist es wichtig zu unterscheiden, ob die Lernangebote und die Lehrer-Schüler-Interaktion die Lernenden lediglich in ihrem Verhalten oder aber tatsächlich kognitiv anzuregen vermögen (Mayer 2004). Nach Mayer (2004) kann jede unterrichtliche Maßnahme (z. B. jede Aufgabe im Unterricht, jede Lehrerfrage und jedes Feedback usw.) in einem Vierfelderschema eingeordnet werden, wobei beurteilt wird, ob die Maßnahme die Lernenden im Verhalten und/oder kognitiv aktiviert (vgl. Abbildung 2). Auf die Leistung und das konzeptuelle Verständnis der Lernenden dürften sich dabei nur diejenigen Aktivitäten positiv auswirken, die sich durch eine hohe kognitive Aktivierung auszeichnen.

Was ist demgegenüber mit verhaltensbezogener Aktivierung gemeint? Stellen wir uns eine Wochenplanarbeit vor. Die Schülerinnen und Schüler wählen Aufgaben und die dazu gehörigen Materialien aus, arbeiten mit Freiarbeitsmaterial, Arbeitsblättern oder anhand von Aufgaben aus dem Schulbuch und wirken hierbei augenscheinlich sehr aktiv und beschäftigt. Sie haken ihre bearbeiteten Aufgaben im Wochenplan ab

¹ Adaptivität meint die Anpassung der Lehrangebote an die Lernvoraussetzungen der Lernenden.

		Aktivität im Verhalten	
		niedrig	hoch
kognitive Aktivität	hoch	+	+
	niedrig	-	-

Abbildung 2: Aktivität im Verhalten vs. kognitive Aktivität (vgl. Mayer 2004, S. 15)

und wählen die nächsten Aufgaben aus. Ob die Schülerinnen und Schüler im Rahmen dieser Arbeit aber tatsächlich auch kognitiv aktiv sind, hängt in erster Linie von den Aufgaben, von der Lernbegleitung und -unterstützung sowie von der Anregung der Lehrperson zur Selbstregulation und -steuerung ab. Nicht die gewählte Unterrichtsform oder die gewählte methodische Großform bestimmt die kognitive Aktivierung, sondern die konkrete Art der Auseinandersetzung mit den unterrichtlichen Anforderungen auf der Mikroebene (vgl. Lipowsky 2002). Man kann also nicht davon ausgehen, dass einzelne, bestimmte Unterrichtsmethoden per se kognitiv aktivierender sind als andere (z. B. Drollinger-Vetter 2011, Hiebert & Grouws 2007, Klieme u. a. 2006, Lotz 2016, Pauli, Drollinger-Vetter, Hugener & Lipowsky 2008).

Diese Unterscheidung wird in gewisser Weise auch durch die Klassifikation von Oberflächen- und Tiefenstrukturen des Unterrichts aufgegriffen (z. B. Lotz, Gabriel & Lipowsky 2013, Pauli 2012, Oser & Baeriswyl 2001, Reusser 2005, Seidel 2003, Hess & Lipowsky 2016). Während Oberflächenstrukturen methodische Elemente des Unterrichts umfassen (z. B. Einzel- oder Partnerarbeit, lehrerzentrierter Unterricht, Einsatz von Medien etc.), betreffen Tiefenstrukturen unmittelbar den Lehr-Lernprozess und die Lehrer-Schüler-Interaktion (z. B. Kunter & Voss 2011) – also »diejenigen Merkmale, welche die Intensität und Tiefe der Beschäftigung der Lernenden mit den Lerninhalten direkt beeinflussen« (Hess & Lipowsky 2016, S. 153). Dazu zählen beispiels-

Anspruchsvolle Aufgaben, die sich auf verschiedenen Wegen bearbeiten lassen	Bezüge herstellen zwischen den Konzepten, Vorstellungen, Ideen und Positionen der Lernenden	Bewusstmachen von Widersprüchen und Herbeiführen kognitiver Konflikte
Insistieren auf Erklärungen und Begründungen	Kognitiv anregende Fragen und Aufgaben	Aufgaben stellen, die über die Anwendung von Routinen hinausgehen
Systematische Variation von Aufgaben (teilen) und Anregung zur Entdeckung von Regelmäßigkeiten	Anregung der Lernenden, (sich gegenseitig) Fragen zu stellen	Anregung der Lernenden, Vermutungen zu formulieren und Sachverhalte zu erklären
Feedback, das nicht zu viel vorwegnimmt, sondern Hinweise enthält	Metakognitive Förderung durch Anregung der Lernenden zur Anwendung von Lernstrategien	Metakognitive Förderung durch Anregung zur Reflexion des Lernprozesses

Abbildung 3: Ausgewählte Maßnahmen zur kognitiven Aktivierung der Lernenden

weise die Qualität der im Unterricht gestellten Aufgaben, das kognitive Niveau von Fragen oder auch elaborierte Hilfestellungen und Feedback. Im folgenden Abschnitt sollen daher ausgewählte Merkmale vorgestellt werden, die der Tiefenstruktur des Unterrichts zugeordnet werden können und denen ein hohes Potenzial zur kognitiven Aktivierung von Lernenden zugeschrieben werden kann.

3. Welche Maßnahmen können zur kognitiven Aktivierung der Lernenden beitragen?

In Abbildung 3 sind einzelne ausgewählte Maßnahmen und Verhaltensweisen im Überblick dargestellt, denen ein Potenzial zur kognitiven Aktivierung der Lernenden zugeschrieben werden kann. Im anschließenden Text wird auf die einzelnen Maßnahmen aus der Abbildung eingegangen. Einige dieser Maßnahmen beinhalten auch Aspekte des Vergleichens und Kontrastierens, welche ausführlicher in Kapitel 4 in den Blick genommen werden.

Anspruchsvolle Aufgaben, die sich auf verschiedenen Wegen bearbeiten lassen

Aufgaben werden in vielen Konzeptualisierungen als zentrale Bausteine einer kognitiv anregenden Unterrichtsgestaltung angesehen (z. B. Kleinknecht 2010, Klieme u. a. 2001). Insbesondere Aufgaben, die sich auf verschiedenen Wegen bearbeiten lassen, werden als geeignet eingeschätzt, da auf diese Weise alle Lernenden auf ihrem persönlichen Niveau angemessen herausgefordert werden können. In den japanischen Unterrichtsstunden der TIMSS-Videos wurde ein bestimmtes Muster des Mathematikunterrichts entdeckt, das als »open-ended problem solving« (Klieme u. a. 2001, S. 49) bezeichnet wird. Hier geht es um Aufgaben, »die dem Wissensstand der Schüler angepasst sind, je nach individuellen Lernvoraussetzungen unterschiedlich angegangen werden können und mehrere erfolgreiche Wege zur Lösung zulassen« (Klieme u. a. 2001, S. 47). Dies wird auch als natürliche Differenzierung bezeichnet (Bruder, Linneweber-Lammerskitten & Reibold 2015, Scherer & Moser-Opitz 2010, Wittmann 1996).

Dieses Konzept ist besonders im Mathematikunterricht beliebt und bietet sich dort beispielsweise bei Aufgabenformaten an, bei denen das Entdecken, Beschreiben oder Begründen im Vordergrund steht. Sowohl leistungsschwächere als auch stärkere Schülerinnen und Schüler können sich mit solchen Aufgaben auseinandersetzen und sie auf unterschiedlichem Niveau bearbeiten und lösen. Ein Beispiel ist die Aufgabe »Zahl minus Spiegelzahl« (oder »Zahl minus Umkehrzahl«), bei der zu einer beliebigen zweistelligen Zahl mit unterschiedlichen Ziffern (z. B. 52) durch Vertauschen der Ziffern die Spiegelzahl gebildet wird (25) und dann die kleinere von der größeren Zahl subtrahiert wird ($52 - 25$). Die Ergebnisse dieser Art von Aufgaben folgen einem Muster, das entdeckt, beschrieben und auf unterschiedlichen Wegen begründet werden kann (Götze & Selter 2013, Lipowsky & Lotz 2015, Wittmann & Müller 1990).


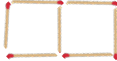

Auch Modellierungsaufgaben schaffen Freiräume für natürliche Differenzierung. Bekannt sind auch die sogenannten Blütenaufgaben (Schupp 2002, Pallack, vom Hofe & Salle 2014), die mehrere Aufgaben zu einem Kontext beinhalten, welche hinsichtlich ihrer Anforderungen gestuft sind. Die Lernenden beginnen mit einer oder mehreren Grundaufgaben, welche eher geschlossen sind, und wählen dann eine oder mehrere Aufgaben zum gleichen Kontext, welche offener und komplexer sind. Im Beispiel (Abbildung 4) sind die Aufgaben 1) und 2) die Grundaufgaben. Meist stellt eine der beiden Aufgaben eine Umkehraufgabe dar. Im Beispiel ist Aufgabe 2) die Umkehraufgabe zu Grundaufgabe 1). Eine oder mehrere Teilaufgaben erfordern eine argumentative Auseinandersetzung oder eine Verallgemeinerung (hier Teilaufgabe 3), eine oder mehrere Teilaufgaben beinhalten eine offene Problemstellung oder regen dazu an, eine eigene Aufgabe zu erfinden (hier Teilaufgabe 4).

Name _____

Datum _____

Blütenaufgabe zu Termen

Mit Streichhölzern sind Ketten mit Quadraten gelegt.

	Anzahl der Quadrate	Anzahl der Streichhölzer
	1	4
	2	7
	3	10
	5	16

→ Arbeite 15 Minuten an diesen Aufgaben nach freier Wahl:

1. Vervollständige die Tabelle.
2. Wie viele Quadrate kann man aus 49 Streichhölzern legen?
3. Stelle einen Term für die Anzahl der Streichhölzer auf (k = Anzahl der Quadrate).
4. Skizziere eine andere Figurenkette und formuliere dazu einen Term.

Abbildung 4: Beispiel für eine Blütenaufgabe (Bruder & Reibold 2010, S. 7)

Im Deutschunterricht bieten insbesondere Schreibaufgaben, im naturwissenschaftlichen Unterricht Experimentieraufgaben gute Möglichkeiten der natürlichen Differenzierung.

Bezüge herstellen zwischen den Konzepten, Vorstellungen, Ideen und Positionen der Lernenden

Insbesondere im Unterrichtsgespräch kommt der Lehrperson die Aufgabe zu, Konzepte, Vorstellungen, Ideen und Positionen, welche von den Lernenden geäußert werden, miteinander in Beziehung zu setzen. Die Lehrkraft fungiert damit auch als Moderator oder Mediator, die Gespräche im Sinne der Ko-Konstruktion initiiert und unterstützt (Rakoczy & Pauli 2006), die Aushandlung von Bedeutungen fördert und hierbei das Gespräch mit Fragen und Impulsen steuert, wobei sie sich mit Inputs eher zurückhält. Sie sorgt aber dafür, dass Schülerbeiträge aufgegriffen und im Gespräch weiter genutzt und diskutiert werden (Lotz 2016).

Auch die Kontrastierung von unterschiedlichen Ideen, Konzepten, Interpretationen und Lösungswegen der Lernenden erweist sich als sinnvolle didaktische Strategie zur kognitiven Aktivierung, insbesondere dann, wenn die Lernenden aufgefordert werden, ihre Ansichten argumentativ zu vertreten und die jeweiligen Positionen zu vergleichen. Die Anwendungsmöglichkeiten sind zahlreich und beziehen sich nicht nur auf Fächer und Inhalte, in denen die argumentative Auseinandersetzung über konträre Positionen zum Curriculum gehört, wie z. B. im Ethik- oder Politikunterricht. Im Mathematikunterricht können beispielsweise Formulierungsversuche der Lernenden für eine mathematische Gesetzmäßigkeit oder Regel oder die von den Lernenden angewandten Lösungswege verglichen werden (vgl. auch Kapitel 4). Im naturwissenschaftlichen Unterricht lassen sich beispielsweise Vorstellungen für die Erklärung eines Phänomens oder Zugänge der Lernenden bei der Bearbeitung eines Experiments vergleichen. Diese Vergleiche sollten von der Lehrperson durch Fragen initiiert, gerahmt und gesteuert werden.

Die Bewusstmachung und Herausstellung von entsprechenden Unterschieden und das In-Beziehung-Setzen unterschiedlicher Positionen, Ideen und Vorstellungen können sowohl in Schülerarbeitsphasen als auch im von der Lehrperson gelenkten Unterrichtsgespräch erfolgen (Pauli 2006). Hierbei erweist sich ein Gesprächsverhalten der Lehrperson als fruchtbar, das in der Literatur mit »Revoicing« umschrieben wird. Damit ist gemeint, dass die Lehrperson Schülerbeiträge aufgreift, re-formuliert und erweitert, akzentuiert, zum Gegenstand weiterer Überlegungen macht und mit Beiträgen anderer Lernenden in Beziehung setzt (Pauli 2010).

Bewusstmachen von Widersprüchen und Herbeiführen kognitiver Konflikte

Lernende kommen mit bestimmten Vorstellungen, Präkonzepten und Annahmen in den Unterricht, die allerdings nicht immer tragfähig sind und wissenschaftlichen Erklärungen entsprechen. Dies betrifft beispielsweise die Erklärung naturwissenschaftlicher Phänomene, wie z. B. welche Gegenstände schwimmen oder sinken und wovon das Schwimmverhalten eines Gegenstands abhängig ist, wie Gewitter entstehen oder wovon sich Pflanzen ernähren. Um die Lernenden zu einem Conceptual Change, also zu einer Weiterentwicklung ihrer Konzepte und Vorstellungen anzuregen, ist die Herbeiführung eines kognitiven Konflikts eine erfolgversprechende Unterrichtsstrategie. Lernende im Grundschulalter haben beispielsweise häufig die Vorstellung, dass Gegenstände dann schwimmen, wenn sie besonders leicht sind. Dieses Konzept lässt sich irritieren, wenn Lernende aufgefordert werden, das Schwimmverhalten einer leichten Büroklammer und eines schweren Holzklotzes zu untersuchen. Erfahren sie dann, dass die Büroklammer sinkt und nicht schwimmt, kommt es zu einem Widerspruch zwischen der bisherigen Vorstellung und der neuen Erfahrung.

Durch entsprechende Versuche können Lernende erkennen, dass ihre Ursprungshypothese nicht trägt und das Schwimmverhalten offenbar nicht erklären kann. Nicht zwingend muss es hierbei jedoch zu einer Weiterentwicklung kognitiver Strukturen bei jedem Lernenden kommen. Mietzel (2001) macht zusammenfassend darauf aufmerksam, dass der Lernende die nicht vorhandene Passung zwischen bisheriger Vorstellung und neuer Beobachtung bzw. Erfahrung auch bewusst bemerken muss. Er schildert mit Bezug auf eine Studie von Roth (1990) den Fall eines Schülers im Biologieunterricht, der trotz umfassender Beschäftigung mit dem Thema »Wie ernähren sich Pflanzen?« seine Alltagsvorstellung nicht zugunsten einer stärker naturwissenschaftlichen Erklärung aufgibt. Vor der Unterrichtseinheit war der Schüler der Ansicht, dass

zur Nahrung [von Pflanzen] [...] Sonnenstrahlen, Regen, Licht, Käfer, Sauerstoff, Erde und sogar andere tote Pflanzen gehören. Ebenso Wärme und Kälte. Alle Pflanzen benötigen zumindest drei oder vier dieser Nahrungsmittel. Weiterhin Mineralien. (Roth 1990, zitiert nach Mietzel 2001, S. 300)

Im Unterricht setzt er sich daraufhin mit einem Sachtext auseinander, der zum Inhalt hatte, wie Pflanzen durch Photosynthese ihre Nahrung selbst produzieren. Nachdem er dann zunächst den Prozess der Photosynthese korrekt beschreiben konnte, antwortet er auf die Nachfrage der Interviewerin, wie die Pflanze denn zu ihrer Nahrung komme, mit der folgenden Erklärung:

Von vielen Quellen! Einmal aus dem Boden, so etwa Mineralien und Wasser; weiterhin Sauerstoff aus der Luft. Sonnenlicht von der Sonne, und dieses macht aus chemischen Stoffen Zucker. Sie macht irgendwie ihre eigene Nahrung und gewinnt Nahrung aus dem Boden. Und aus der Luft. (Roth 1990, zitiert nach Mietzel 2001, S. 300 f.)

Der Schüler bemerkt offenbar nicht den Widerspruch zwischen den Informationen im gelesenen Text und seiner Antwort, sonst hätte er geantwortet, dass die Pflanze sich nicht von externen Quellen ernährt, sondern durch den Prozess der Photosynthese. Das auf den ersten Blick scheinbar Überraschende ist, dass der Schüler vor dem Nachfragen der Interviewerin den Prozess der Photosynthese korrekt beschrieben hat und dennoch sein vor dem Unterricht zur Thematik vorhandenes Präkonzept nicht aufgibt bzw. verändert. Offenbar hat er also nicht verstanden, welche Bedeutung der Prozess der Photosynthese für die Pflanzen hat und er bemerkt das Ungleichgewicht, den kognitiven Konflikt, nicht. Statt sein Konzept an die neuen Informationen anzupassen, also zu akkommodieren und weiterzuentwickeln, assimiliert er, d. h. er erklärt

sich das Phänomen der Photosynthese so, dass es zu seinen bisherigen Vorstellungen passt, die er demzufolge nicht ändern muss (Mietzel 2001). Es ist also keinesfalls trivial, einen kognitiven Konflikt als einen solchen zu erkennen, denn nicht immer sind einem Lernenden das eigene Nichtwissen und seine nicht belastbaren Vorstellungen bewusst. Hinzu kommt, dass man auch bereit und motiviert sein muss, die erlebten Dissonanzen zum Anlass zu nehmen, die bisherigen Konzepte und Sichtweisen zu überdenken und weiterzuentwickeln. Auch dies ist nicht immer der Fall.

Insistieren auf Erklärungen und Begründungen

Das sogenannte Insistieren auf Erklärungen und Begründungen wird häufig als Merkmal kognitiver Aktivierung verstanden (z. B. Lauterbach u. a. 2013, Lotz 2016). Insbesondere im Unterrichtsgespräch sollte die Lehrperson die Lernenden immer wieder auffordern, ihre Aussagen und Vermutungen zu begründen sowie bereits gegebene Antworten näher zu erläutern. Dabei kann es auch nötig sein, dass die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler schrittweise anleitet und unterstützt, sich sachbezogen zu äußern und Argumentationsstränge zu entwickeln. Damit werden die Lernenden angeregt, ihre Lösungen und Antworten kritisch zu reflektieren und gegebenenfalls auch zu revidieren (Lotz 2016). Dies kann bereits durch einfache Fragen angeregt werden, wie z. B. »Wie meinst du das genau?« oder »Wie kommst du darauf?«. Hierzu gehört auch, dass die Lehrperson auf die Präzision der Argumente der Lernenden achtet. Im Idealfall begründen die Lernenden ihre Antworten unaufgefordert, nehmen auf Positionen und Argumente der Mitlernenden selbstständig Bezug und achten wechselseitig auf die Genauigkeit ihrer Argumente. Die Etablierung einer solchen Diskurskultur dürfte wesentlich vom vorangegangenen Verhalten der Lehrperson im Unterricht abhängig sein, also u. a. auch davon, ob die Lehrperson selbst auf die Genauigkeit und die richtigen Bezüge der Argumente achtet.

Kognitiv anregende Fragen und Aufgaben

Fragen gelten als »die häufigste Einzelaktivität im Unterricht, das häufigste Element des Lehrerhandelns« (Aschersleben 1999, S. 97). Ihnen kommen im Unterricht zahlreiche Funktionen zu:

Lehrerfragen dienen dazu, den Unterricht zu strukturieren und zu steuern, die Aufmerksamkeit der Lernenden auf relevante Aspekte des Unterrichts zu lenken, das Vorwissen zu aktivieren, die Lernenden anzuregen und herauszufordern, Lernwege, (Miss-)Konzepte und (Fehl-)Vorstellungen offenzulegen, den Wissensstand der Lernenden zu ermitteln, Unterrichtsergebnisse zu sichern oder manchmal auch dazu, die Lernenden zu disziplinieren.« (Lipowsky 2015, S. 80)

Fragen können damit auch einen wichtigen Beitrag zur kognitiven Aktivierung der Lernenden leisten (Lotz 2016, Petersen & Sommer 1999). Allerdings haben nicht alle Lehrerfragen das Potenzial zur kognitiven Aktivierung. Angenommen wird, dass vor allem das kognitive Niveau der Frage die Tiefe der Informationsverarbeitung beeinflusst (Levin 2005).

Ausgehend von der Bloomschen Taxonomie kognitiver Lernziele, die sich gut zur Klassifikation verschiedener Fragearten eignet, lassen sich Wissens-, Verständnis-, Anwendungs-, Analyse-, Synthese- und Bewertungsfragen unterscheiden (Bloom, Engelhart, Furst, Hill & Krathwohl 1976). Während Fragen auf der Wissensebene als low-level oder lower-order-Fragen angesehen werden und die Lernenden in der Regel nur zu einem Abruf von Informationen aus dem Gedächtnis anregen, gelten Fragen, die zum Anwenden, Analysieren, Vergleichen, Verknüpfen und Bewerten auffordern, als higher-order Fragen und damit als Fragen, die Lernende stärker kognitiv aktivieren können. Tabelle 1 illustriert, welche Operatoren und Tätigkeiten beispielhaft für die sechs Niveaus von Lehrerfragen stehen. Die zugeordneten Aktivitäten eignen sich auch gut, um das kognitive Aktivierungspotenzial von Aufgabenstellungen einzuschätzen.

Aufgaben stellen, die über die Anwendung von Routinen hinausgehen

Aufgaben, die nach Bloom u. a. (1976) Lernaktivitäten auf einem anspruchsvollen kognitiven Niveau auslösen, reichen über die Anwendung von Routineprozeduren hinaus. Die Lernenden werden hierbei angeregt, Analysen unter Rückgriff auf das bestehende Vorwissen durchzuführen, Wissensbausteine neu zusammenzustellen und zu verknüpfen sowie Entscheidungen zu treffen und Einschätzungen vorzunehmen. Damit werden letztlich die Ebenen 4–6 der Bloomschen Taxonomie adressiert (vgl. Tabelle 1). Aufgaben auf den Ebenen Analysieren, Synthetisieren und Bewerten lassen sich in der Regel weder ausschließlich mit verfügbaren Routinen noch mit vorhandenem deklarativen Wissen bearbeiten. Charakteristisch für entsprechende Aufgabenstellungen ist, dass nicht alle zur Lösung erforderlichen Informationen gegeben sind, sondern von den Lernenden selbst ermittelt, gefunden und/oder verknüpft werden müssen. In Mathematik erweisen sich beispielsweise Modellierungsaufgaben als geradezu prädestiniert für die Evozierung von kognitiv anspruchsvollen Aktivitäten jenseits von Routinen (Blum & Leiß 2005). Die Lernenden müssen hierbei u. a. aus Sachkontexten relevante Daten und Informationen erschließen, zwischen wichtigen und unwichtigen Informationen unterscheiden, Daten miteinander verknüpfen, zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln, Problemstellungen in mathematische Modelle übertragen und die ermittelten Lösungen auf Plausibilität prüfen.

Stufen/ Niveaus	Umschreibung	Aktivitäten	Beispielfragen & -aufgaben
Wissen	Fragen/Aufgaben, mit denen Fakten, Daten, Namen, Definitionen, Verfahrensweisen u. a. erfragt werden	aufzählen, nennen, erinnern, wiedergeben, aufsagen, aufflisten, definieren	<ul style="list-style-type: none"> • Wie lautet der Satz des Pythagoras? • Wann begann der zweite Weltkrieg? • Welche Wortart ist ...? • Wie heißt die Hauptstadt von ...? • Wie multipliziert man zwei Brüche?
Verstehen	Fragen/Aufgaben, mit denen die SuS aufgefordert werden, einen Sachverhalt in eigenen Worten zu erklären bzw. zusammenzufassen oder Beispiele anzugeben	beschreiben, erläutern, verdeutlichen, erklären, schildern, übersetzen, erörtern	<ul style="list-style-type: none"> • Beschreibe mit eigenen Worten ... • Erläutere deinen Lösungsweg. • Wie lässt sich die Geschichte zusammenfassen? • Erläutere die Entstehung eines Gewitters. • Erkläre, warum Faust Mephisto seine Seele verspricht.
Anwenden	Fragen/Aufgaben, mit denen die SuS aufgefordert werden, das erworbene Wissen auf eine neue Situation oder Gegebenheit zu übertragen bzw. anzuwenden	gebrauchen, berechnen, lösen, anwenden, durchführen, benutzen, bearbeiten	<ul style="list-style-type: none"> • Mit welcher binomischen Formel lässt sich die Gleichung lösen? • Ermittle durch Anwendung des Satzes von Pythagoras, ob der Schrank durch die Tür passt. • Bestimme den pH-Wert. • Weise nach, dass Kartoffeln Stärke enthalten. • Nutze die neu erlernten Strategien der PQ4R-Methode, um dir den Text zu erschließen. • Ermittle durch Überschlag, in welchem Bereich das Ergebnis liegt.
Analysieren	Fragen/Aufgaben, mit denen die SuS aufgefordert werden, Sachverhalte, Modelle oder Verfahren in ihre einzelnen Bestandteile zu zerlegen, innere Strukturen und Beziehungen zu entdecken und Zusammenhänge zu erkennen	analysieren, vergleichen, erkennen, identifizieren, nachweisen, bestimmen, gliedern, unterscheiden, untersuchen, auflösen	<ul style="list-style-type: none"> • Welche Motive des Protagonisten kannst du bestimmen? • Vergleiche die beiden Lösungswege. Welcher der beiden ist richtig, welcher ist falsch? • Was passiert mit den Flächeninhalten der Quadrate über den Seiten, wenn das Dreieck nicht rechtwinklig ist? • Erörtere die Vor- und Nachteile der Gentechnik für den Menschen. • Welche Reimformen kommen in dem Text vor. Klassifiziere sie. • Ein Zitat von Schiller lautet: »Die schönsten Träume von Freiheit werden im Kerker geträumt.« Vergleiche Schillers Aussage mit dem Gedicht »Der Panther« von Rilke. (Heidrich 2011)
Synthetisieren/ Verknüpfen	Fragen/Aufgaben, mit denen die SuS aufgefordert werden, Neues durch Zusammenfügen verschiedener Informationen zu erschaffen und zu kreieren, Elemente neu zu kombinieren oder begründete Hypothesen zu entwickeln	entwerfen, gestalten, entwickeln, konstruieren, organisieren, kombinieren, lösen, verknüpfen	<ul style="list-style-type: none"> • Gestalte eine Figur, die Freude ausdrückt. • Durchführen eines mathematischen Beweises • Entwirf eine Spannungskurve für diese Erzählung. • Pflanzen können sich nur ernähren, wenn sie gerade gewachsen sind. Wie lässt sich nachweisen, ob diese Aussage richtig oder falsch ist? • Welche Fähigkeiten müsste ein Roboter haben, der eine ältere Person zuhause unterstützen soll?
Bewerten	Fragen/Aufgaben, mit denen die SuS aufgefordert werden, Sachverhalte unter bestimmten Kriterien zu beurteilen, Alternativen abzuwägen und Entscheidungen zu treffen und zu begründen.	beurteilen, auswerten, bewerten, entscheiden, folgern, prüfen, werten, differenzieren	<ul style="list-style-type: none"> • Bewerte die Pro- und Kontra-Argumente zum Thema Abtreibung. • Beurteile das Arbeitsergebnis anhand der vorab vereinbarten Kriterien. • Nach einer Diskussion: Für welche Meinung entscheidest du dich und warum? • Welches Lösungsverfahren würdest du wählen und warum? • Wie würdest du dich entscheiden, wenn du als Arzt oder Angehöriger betroffen wärst? (Thema Sterbehilfe)

Tabelle 1: Klassifikationssystem zur Einteilung von Lehrerfragen und Aufgaben auf der Basis der Bloomschen Taxonomie kognitiver Lernziele (Die Eintragungen und Beispiele stammen vom Autorenteam, von Leonie Rittmeier und aus einem Dokument des Service Centers Lehre – o. J. – der Universität Kassel.)

<p>Rechne aus. Setze fort.</p> <p>$9 + 1 =$ _____</p> <p>$8 + 2 =$ _____</p> <p>$7 + 3 =$ _____</p> <p>$6 + 4 =$ _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>Beschreibe: Was fällt dir auf?</p> <p>* Begründe: Warum ist das so?</p>
<p>Rechne aus. Setze fort.</p> <p>$83 + 13 =$ _____</p> <p>$73 + 18 =$ _____</p> <p>$63 + 23 =$ _____</p> <p>$53 + 28 =$ _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>Beschreibe: Was fällt dir auf?</p> <p>* Begründe: Warum ist das so?</p>

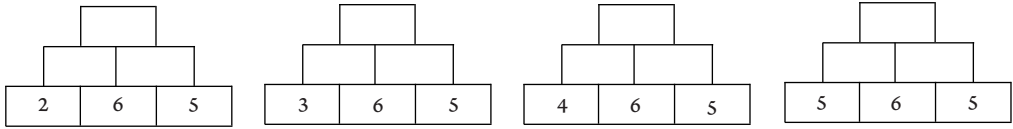
Abbildung 5: Beispiele für Entdecker-Päckchen (PIKAS-Team 2012, S. 43 und 45)

Systematische Variation von Aufgaben(teilen) und Anregung zur Entdeckung von Regelmäßigkeiten

Durch die systematische Variation von Aufgaben(teilen) kann die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler darin unterstützen, Regelmäßigkeiten und Prinzipien zu entdecken sowie Strategien anzuwenden. Eine Fülle von anregenden Aufgabenstellungen ergibt sich im Mathematikunterricht. Bei den sogenannten Entdecker-Päckchen geht es beispielsweise darum, dass Zahlen in einer Additionsaufgabe systematisch variiert und die Grundschul Kinder aufgefordert werden, die systematische Variation zu erkennen, die Entdecker-Päckchen fortzusetzen, die Folgen der systematischen Variation für das Ergebnis zu entdecken und eine Begründung anzugeben (PIKAS-Team 2012). Zwei Entdecker-Päckchen sind in der Abbildung 5 dargestellt.

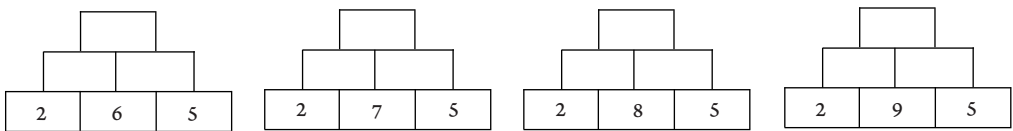
Vielfältige Anwendungsmöglichkeiten einer systematischen Datenvariation ergeben sich auch, wenn es beispielsweise im Rahmen der Leitidee »Muster und Struk-

Was passiert, wenn du die Zahl in einem der Randsteine der Zahlenmauer um 1 erhöhst?



Wenn ich die Zahl in einem Randstein um 1 erhöhe, dann _____
 Erkläre, warum das so ist: _____

Was passiert, wenn du die Zahl im mittleren Stein der Zahlenmauer um 1 erhöhst?



Wenn ich die Zahl in dem mittleren Stein um 1 erhöhe, dann _____
 Erkläre, warum das so ist: _____

Abbildung 6: Beispiel für ein Arbeitsblatt zur systematischen Variation bei Zahlenmauern

turen« (KMK 2004) um das Entdecken von mathematischen Regelmäßigkeiten und funktionalen Abhängigkeiten geht. Unterstützend hierbei sind Fragen wie *Was passiert, wenn...? Wie verändert sich das Ergebnis, wenn ...? Funktioniert es auch, wenn man statt XYZ die Zahl XYZ nimmt? Kannst du die Reihe fortsetzen? Was fällt dir auf?* (Selter 2017). Am Beispiel des Aufgabenformats »Zahlenmauern« (vgl. Abbildung 6) soll der Einsatz dieser anregenden Unterstützungsfragen verdeutlicht werden.

Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, wie sich der Deckstein verändert, wenn man a) einen Randstein in der unteren Reihe um 1, 2, 3 oder eine beliebige Zahl x erhöht und wie sich der Deckstein verändert, wenn man b) den mittleren Stein in der unteren Reihe um 1, 2, 3 oder eine beliebige Zahl erhöht. Darüber hinaus sollen die Schülerinnen und Schüler eine Begründung hierfür formulieren, z. B.: *Die Zahl im Randstein geht nur einmal in den Deckstein ein, die Zahl im mittleren Stein geht aber zweimal (links und rechts) rein und damit auch zweimal in den Deckstein. Wenn ich den Randstein um 1 erhöhe, wird der Deckstein nur um 1 größer. Wenn ich aber den mittleren Stein um 1 erhöhe, wird der Deckstein um 2 größer.*

Die Schülerinnen und Schüler können durch eine bestimmte Aufgabenfolge, die sie zur systematischen Variation der Zahlen anregt, zu dieser Erkenntnis gelangen. Denkbar ist auch, dass die Schülerinnen und Schüler aufgefordert werden, drei vorgegebene unterschiedliche Basiszahlen in der unteren Reihe der Zahlenmauer so anzuordnen, dass im Deckstein das größte Ergebnis steht. *Warum bekommst du das größte Ergebnis im Deckstein, wenn die größte Zahl unten in der Mitte steht?* Bei solchen Aufgaben geht es also darum, durch systematische Variation Abhängigkeiten und Regelmäßigkeiten zu entdecken.

Die Variation von Aufgabenstellungen zu den Zahlenmauern kennt kaum Grenzen: *Was passiert mit dem Deckstein, wenn du keine 3-er Mauer (Mauer mit 3 Grundsteinen) hast, sondern eine 4-er Mauer und einen der beiden Randsteine in der unteren Reihe um 1, 2, 3 oder eine andere Zahl erhöhst? Was passiert, wenn du einen der Mittelsteine um 1, 2, 3 oder eine andere Zahl erhöhst? Wie musst du vier vorgegebene Zahlen in der unteren Reihe so anordnen, dass du die geringste (größte) Zahl im Deckstein erhältst? Wie viele verschiedene Ergebnisse erhältst du mit den Basissteinen 1, 2, 3 und 4? Auf die systematische Variation von Daten und Zahlen setzen Schulbücher wie z. B. das bekannte Mathematik-2000-Programm oder das Unterrichtsentwicklungsprojekt PIKAS (Selter 2017).*

Ein weiteres Beispiel, das über eine systematische Variation von Zahlen die Entdeckung von Gesetzmäßigkeiten anregen und das Verständnis fördern kann, ist die sogenannte Gaußaufgabe, die so oder in leicht veränderter Form in vielen Schulbüchern zu finden ist:

Carl Friedrich Gauß ist ein berühmter deutscher Mathematiker. Er lebte von 1777 bis 1855. Schon in der Grundschule zeigte er, dass er ein besonders pfiffiger Schüler war. Einmal stellte ihm sein Lehrer die folgende Aufgabe. »Addiere die Zahlen von 1 bis 100.« Carl Friedrich konnte das Ergebnis ganz schnell nennen. Wie hat er das wohl so schnell herausbekommen? (PIKAS-Team 2012, S. 101)

Auch hier bietet sich die Unterstützung der Lernenden über eine systematische Variation der Aufgabe an. *Findest du einen Trick, mit dem du das Ergebnis von $3 + 4 + 5 + 6 + 7$ bestimmen kannst, ohne alle Zahlen zusammenzuzählen? Findest du auch einen Trick für die Zahlen von 1 bis 10 ($1 + 2 + 3 + \dots + 10 =$)? Funktioniert dein Trick auch, wenn du die Summe der ersten 20 Zahlen ($1, 2, 3, 4 \dots 20$) bestimmen möchtest? Kannst du deinen Trick auch auf die Zahlen von 1 bis 100 übertragen? Welche weiteren Möglichkeiten findest du, die Summe der Zahlen von 1 ... 100 geschickt zu bestimmen? Weitere Ideen zur Addition von Reihenfolgezahlen finden sich im Band des PIKAS-Teams (2012, S. 82ff.).*

Bei der Auseinandersetzung mit Sach- und Textaufgaben empfiehlt sich beispielsweise die Variation von Aufgabentexten, um die Schülerinnen und Schüler anzuregen,

Auftrag: Finde selbst Rechnungen für diese zwei Aufgaben.

Aufgabe Öl 1: Im Kaufland kostet eine Flasche Olivenöl 4 Euro. Im Rewe kostet sie 3 Euro mehr als im Kaufland. Wenn du 5 Flaschen kaufst, wie viel zahlst du im Rewe?

Aufgabe Öl 2: Im Kaufland kostet eine Flasche Olivenöl 4 Euro. Dort kostet sie 3 Euro mehr als im Rewe. Wenn du 5 Flaschen kaufst, wie viel zahlst du im Rewe?

Wie unterscheiden sich die zwei Texte? Schau ganz genau und erkläre.

Abbildung 7: Formulierungsvariation von Aufgaben (Prediger 2015, S. 5)

genau zu lesen und sich der Bedeutung der Unterschiede und der Beziehungen der Daten bewusst zu werden. Das gilt für eingekleidete Textaufgaben wie für Modellierungsaufgaben. Durch kleine Variationen im Text einer Modellierungsaufgabe lassen sich die reale Situation und damit auch das reale sowie das mathematische Modell und auch das Ergebnis verändern (Blum & Leiß 2005). Dröse, Prediger und Marcus (2017) weisen darauf hin, dass insbesondere sprachliche Feinheiten von Kindern oft überlesen werden, obwohl »bereits geringe Veränderungen der Referenzketten oder der strukturtragenden Phrasen die Beziehungen im Text verändern« (S. 72) können. Als Beispiele nennen die Autorinnen strukturtragende Phrasen wie »jeder«, »insgesamt«, »wöchentlich«, »monatlich« oder Steigerungsformen mit oder ohne »mehr« als Bezugswort.

Durch Formulierungsvariationen mit geringen Veränderungen in Bezug auf die sprachlichen Merkmale der Ausgangsaufgabe, die jedoch Auswirkungen auf das Beziehungsgefüge der Aufgabe haben, wird eine Sensibilität für die Bedeutung von Beziehungen sowohl auf mathematischer als auch auf sprachlicher Ebene erzeugt. (Dröse, Prediger & Marcus 2017, S. 73)

Prediger (2015) verdeutlicht dies anhand verschiedener Beispiele und zeigt, wie es durch eine minimale Variation von Aufgabentexten und einem entsprechenden gezielten Aufgreifen im Unterrichtsgespräch bzw. in der Lehrer-Schüler-Interaktion gelingen kann, die Lernenden für Feinheiten und bedeutungshaltige Beziehungen mathematischer Informationen zu sensibilisieren und ihre Sprachbewusstheit zu fördern. Abbildung 7 zeigt eine solche minimale Variation eines Aufgabentextes, die durch die unterschiedliche Verwendung des Wortes »mehr« völlig unterschiedliche mathematische Operationen nach sich zieht, weil das Wort »mehr« in beiden Fällen unterschiedliche Beziehungen zwischen den mathematischen Informationen herstellt. Die Kontrastierung der beiden Aufgabentexte, die Anregung zum Vergleichen sowie eine anschließende Diskussion über die Auswirkungen der Formulierungsveränderung auf die Rechnungen können herausfordernde Gespräche auslösen sowie zur genaueren Analyse von Aufgabentexten und zum Verständnis beitragen.

Anregung der Lernenden, (sich gegenseitig) Fragen zu stellen

Eine weitere Maßnahme, die kognitiv aktivierend wirken kann, ist, wenn die Lehrperson die Lernenden dazu anregt, selbst Fragen zu stellen:

Schüler können durch Fragen in gewissem Ausmaß selbst die Kontrolle über das eigene Lernen übernehmen, das eigene Verstehen sichern und fördern. Das Fragenstellen ist somit eine wichtige Lerntechnik. Lehrenden können epistemische Schülerfragen stets auch Informationen über die Effektivität des Unterrichts und den Stand des Lernprozesses bei den fragenden Schülern liefern. (Niegemann 2004, S. 349)

Um gute Fragen stellen zu können, brauchen die Schülerinnen und Schüler Vorwissen und metakognitive Fähigkeiten (Niegemann 2004) – diese sind also eine Voraussetzung, um gute Fragen stellen zu können.

Gleichzeitig können Fragen von Lernenden aber auch ihrerseits die Metakognition fördern, wenn sie der Überwachung des eigenen Verstehens dienen, indem Schülerinnen und Schüler beispielsweise nach dem Lesen eines Textes dazu angeregt werden, Verständnisfragen zum Text zu formulieren (»self-questioning«, vgl. Palincsar & Brown 1984, S. 118). Da gute Fragen von Lernenden aber im Unterricht eher selten vorkommen, sollte die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler gezielt unterstützen, um das Stellen guter Fragen zu lernen (Niegemann 2004). Rosenshine, Meister und Chapman (1996) konnten in einer zusammenfassenden Darstellung des Forschungsstandes zeigen, dass sich durch Interventionsmaßnahmen die Häufigkeit von Schülerfragen tatsächlich steigern lässt. Zudem konnten positive Effekte auf das Leseverständnis

nachgewiesen werden. In den einbezogenen Studien wurden die Schülerinnen und Schüler angeregt, während des Lesens oder nach dem Lesen Fragen an den Text zu generieren.

Anregung der Lernenden, Vermutungen zu formulieren und Sachverhalte zu erklären

Das Aufstellen von Hypothesen spielt insbesondere im naturwissenschaftlichen Unterricht und bei der Auseinandersetzung mit naturwissenschaftlichen Phänomenen eine Rolle. In einem kognitiv aktivierenden Unterricht sollten die Lernenden dazu angeregt werden, Beobachtungen zunächst genau zu beschreiben und eigene Vermutungen oder Hypothesen zu formulieren, die anschließend systematisch überprüft werden. Soostmeyer (1977) unterscheidet Vermutungen von Hypothesen. Als Vermutungen beschreibt er »Aussagen und Fragen der Kinder, die mit Hilfe anthropomorpher, animistischer und teleologischer Konstrukte formuliert sind und somit nicht durch naturwissenschaftliche Verfahren verifiziert oder falsifiziert werden können« (S. 253). Eine anthropomorphe oder animistische Sichtweise schreibt Naturphänomenen menschliche Eigenschaften zu, indem auch nicht lebendige Dinge als lebendig wahrgenommen werden (z. B. »Es donnert, weil der Himmel zornig ist«). Teleologische Erklärungsmuster gehen davon aus, dass alles in der Natur seinen Zweck hat (z. B. Rutke 2007). So nehmen Grundschülerinnen und -schüler beispielsweise häufig an, dass Evolutionsprozesse bewusst gesteuert werden würden (z. B. »der Hals der Giraffen wurde immer länger, weil die Giraffen sich angepasst haben, da die Bäume immer höher wurden«, vgl. Marquardt-Mau & Rojek 2011, S. 50). Hypothesen sind im Gegensatz zu solchen Präkonzepten wissenschaftlich überprüfbar. Beim Aufstellen und Prüfen von Hypothesen können die Schülerinnen und Schüler lernen, systematisch zu denken. Das Vorgehen der Hypothesenprüfung in Form von Probieren und/oder Experimentieren eignet sich natürlich insbesondere im naturwissenschaftlichen Unterricht, da hier Phänomene (z. B. Magnetismus, Elektrizität, Schallübertragung usw.) genau beobachtet und untersucht werden können (Soostmeyer 1977).

Auch die Anregung der Lernenden zur Selbsterklärung (Self-Explanation) hat sich als eine lernwirksame und verständnisfördernde Strategie erwiesen. Hierbei werden die Lernenden in der Regel explizit aufgefordert, Informationen, Verfahren oder Ideen in eigenen Worten zu erklären. Dies kann beispielsweise erfolgen, indem die Lernenden die Korrektheit von Lösungsschritten erläutern müssen oder z. B. erklären sollen, mit welchen grafischen Repräsentationen bestimmte Rechenschritte korrespondieren. Verständnisfördernd ist auch, wenn die Lernenden explizit aufgefordert werden, zu erläutern, warum inkorrekte Informationen oder Bearbeitungen (z. B. Lösungswege und -schritte) falsch sind. Diese Konfrontation mit Fehlern oder inkorrekten Informationen ist insbesondere dann erfolgversprechend, wenn es sich

bei diesen um typische bzw. verbreitete Fehler oder Misskonzepte handelt. Auch die Gegenüberstellung von korrekten und inkorrekten Vorgehensweisen verbunden mit der Anregung zu erläutern, warum der korrekte Weg richtig und die inkorrekte Vorgehensweise falsch ist, hat sich als verständnisunterstützend erwiesen und regt die Lernenden zur Reflexion ihres Vorgehens an (Rittle-Johnson, Loehr & Durkin 2017, vgl. auch Kapitel 4).

Feedback, das nicht zu viel vorwegnimmt, sondern Hinweise enthält

Rückmeldungen üben einen wichtigen Einfluss auf die Motivation und Leistung von Lernenden aus, da sie kognitive, motivationale und metakognitive Prozesse anregen (z. B. Hattie 2009, Huth 2004, Narciss 2004, Rakoczy, Klieme, Bürgermeister & Harks 2008, Vollmeyer & Rheinberg 2005). Das übergeordnete Ziel von Feedback besteht in der Verringerung der Diskrepanz zwischen der momentanen Leistung eines Lernenden und dem gewünschten Lernziel (Hattie & Timperley 2007, Sadler 1989). Damit Feedback die Schülerinnen und Schüler kognitiv aktivieren kann, darf es nicht alles vorwegnehmen, sondern sollte die Lernenden eher dazu anregen, selbst weiter nachzudenken und Lösungen zu finden. Aus einer kognitiven Perspektive stellt Feedback nämlich eine Information dar, die vom Lerner wahrgenommen, interpretiert und genutzt werden kann, das Verhalten aber nicht automatisch ändert (z. B. Kulhavy & Stock 1989, Mayer 1995, Renkl 1991, Richert 2005). Deshalb sollten die Lernenden selbst aktiv werden. Daher wird beispielsweise empfohlen, den Lernenden gegenüber Geduld aufzubringen, um ihnen insbesondere bei Fehlern zunächst die Gelegenheit zur Selbstkorrektur zu geben (Helmke 2009), was vor allem bei anspruchsvollen Aufgabenstellungen hilfreich ist (z. B. Bangert-Drowns, Kulik, Kulik & Morgan 1991, Clariana, Wagner & Roher Murphy 2000, Kulik & Kulik 1988, Hattie & Timperley 2007) und durch Rückfragen seitens der Lehrperson unterstützt werden kann.

Um Fehlersituationen produktiv nutzen zu können, sollten die Lernenden letztlich verstehen, was falsch gemacht wurde, warum der Fehler erfolgte (vgl. auch den Abschnitt »Lernen aus Fehlern durch Vergleichen von korrekten und falschen Lösungen« in Kapitel 4) und wie er korrigiert werden kann (Guldemann & Zutavern 1999, Hascher & Hagenauer 2010). Hier helfen Anregungen wie »Schau dir die Aufgabe nochmal genau an!«, »Überprüfe deine Lösung nochmal« oder »In deinem Lösungsweg ist ein Fehler. Findest du ihn selbst?« mehr als das Nennen der richtigen Lösung. Natürlich kann im Rahmen von Rückmeldungen auch die Strategieverwendung angeregt werden (z. B. »Fällt dir noch eine geschicktere Vorgehensweise ein, um die Aufgabe zu lösen?«). Auf Lernstrategien wird im folgenden Abschnitt näher eingegangen.

Metakognitive Förderung durch Anregung der Lernenden zur Anwendung von Lernstrategien

Eine Lernstrategie ist »eine Sequenz oder Bündelung einzelner Lerntechniken, die zur Erreichung eines bestimmten Zieles eingesetzt werden« (Bund 2004, S. 9; vgl. auch Friedrich & Mandl 1992, Klauer 1988). Strategien nehmen eine wichtige Funktion beim Wissenserwerb ein, da ihre Nutzung den Erwerb neuen Wissens erleichtern kann (Baumert & Köller 1996). Das Wissen über den sinnvollen Einsatz und die Anwendungsbedingungen von Lernstrategien sowie die Fähigkeit, Lernstrategien flexibel und effizient einzusetzen, gelten als zentrale Voraussetzungen selbstgesteuerten Lernens (Hellmich & Wernke 2009).

Hierbei haben allgemeine und damit fachunspezifische, aber auch fachspezifische Lernstrategien Relevanz. Zu den fachunspezifischen Lernstrategien gehören Handlungssequenzen, mit denen die Lernenden sich selbst Ziele setzen und sich motivieren, mit denen sie die eigenen Lernaktivitäten überwachen und regulieren sowie ihren Lernprozess reflektieren (Landmann, Perels, Otto, Schnick-Vollmer & Schmitz 2015).

Häufig wird die Förderung dieser allgemeinen Lernstrategien auch mit dem Training fachspezifischer Strategien verbunden. Zur Förderung des Lesens werden die Lernenden z. B. darin trainiert, wichtige Informationen zu unterstreichen, das Gelesene in eigenen Worten zusammenzufassen, die weitere Handlung vorherzusagen, Fragen zu stellen, schwierige Wörter zu klären und die Überschrift zu beachten (Philipp & Schilcher 2012). Wichtige mathematische Lernstrategien sind beispielsweise das Anfertigen von Skizzen, das Überschlagen von Ergebnissen, die Selektion wichtiger Informationen aus dem Aufgabentext, die Validierung der Lösung sowie die Vereinfachung und Variation der gegebenen Zahlen (Landmann & Schmitz 2007).

Lernstrategien lassen sich durch gezielte Trainings schrittweise aufbauen und erlernen (Artelt 2006, Matthäi & Artelt 2009, Pressley 2002). Dabei wird empfohlen, den Schülerinnen und Schülern ein möglichst breites Strategierepertoire zur Verfügung zu stellen (Carnine, Silbert, Kameenui & Tarver 2010, Steck 2009) und sie auch über die Anwendungsbedingungen zu informieren, also mit ihnen zu erarbeiten, für welche Aufgabenarten sich welche Strategien besonders gut eignen (Hohm 2005). Die Lehrperson sollte also »sowohl deklaratives als auch prozedurales und konditionales Strategiewissen« (Artelt 2000, S. 168) vermitteln. Dabei geht es um Fragen wie »welche Strategien gibt es?« (deklaratives Strategiewissen), »wie lässt sich die Strategie anwenden?« (prozedurales Strategiewissen) und »in welcher Situation eignet sich der Einsatz der Strategie?« (konditionales Strategiewissen).

Als idealtypisches Vorgehen für die Vermittlung von Strategien wird vorgeschlagen, die zu erlernende Strategie als Lehrperson zunächst vorzustellen, zu erklären und ihre Anwendung zu demonstrieren sowie diese Anwendung sprachlich zu begleiten und zu

unterstützen. Dann sollten die Lernenden die Strategie schrittweise selbst erproben und anwenden, wobei sie von der Lehrperson korrigiert und unterstützt werden. Mit der Zeit wird dann die Lehrerunterstützung schrittweise zurückgefahren (z. B. Duffy 2002, Duke & Pearson 2002, Friedrich 1995, Lipowsky & Lotz 2015, Raphael, George, Weber & Nies 2009), bevor die Lernenden die Lernstrategien ganz ohne Unterstützung durch die Lehrperson anwenden. Wichtig ist, dass die Lehrperson die Lernenden immer wieder anregt, die erlernten Strategien auch tatsächlich anzuwenden und der Unterricht entsprechende Gelegenheiten hierfür bereithält.

Eine Vielzahl von Studien kann die Wirksamkeit metakognitiver Aktivierung durch Strategietrainings bestätigen. Die Befunde der entsprechenden Studien zeigen nicht nur positive Effekte auf den Erwerb von Lernstrategien, sondern auch auf die Lernleistungen der Schülerinnen und Schüler (z. B. Brunstein & Glaser 2011, Dignath, Büttner & Langfeldt 2008, Landmann & Schmitz 2007, Lingel 2016, Philipp & Schilcher 2012).

Metakognitive Förderung durch Anregung zur Reflexion des Lernprozesses

Am schulischen Lernen wird oftmals kritisiert, dass es träges Wissen produziert – also Wissen, das nicht angewendet werden kann. Die Entstehung trägen Wissens wird unter anderem darauf zurückgeführt, dass die Lernenden Probleme mit der metakognitiven Steuerung ihres Lernprozesses haben (Renkl 1996). Wenn die Lernenden bereits beim Erwerb neuen Wissens dazu angeleitet werden, über den Transfer des Gelernten nachzudenken, kann dies dazu beitragen, dass Wissen nicht träge bleibt, sondern flexibel angewendet werden kann (Renkl 1996).

Die metakognitive Förderung schließt ein, die Lernenden dazu anzuregen, über Lernwege, die Verknüpfung und Anwendung des Gelernten und eventuelle Probleme nachzudenken (z. B. Kron 1994, Maras, Ametsbichler & Eckert-Kalthoff 2010, Peterßen 2000, Wiater 2005). Insbesondere in der Schlussphase des Unterrichts sollte es unter anderem darum gehen, den Lernzuwachs zu überprüfen und sich ihn bewusst zu machen, erworbene Kenntnisse zu integrieren sowie das Gelernte zu festigen (Maras u. a. 2010). Durch den Abgleich des Erreichten mit den gesetzten Zielen kann beurteilt werden, ob die eingesetzten Strategien und Methoden sinnvoll waren oder ob sie verändert werden sollten (Schraw & Moshman 1995). Die Reflexion ist ein wichtiger Bestandteil selbstgesteuerten Lernens und sollte explizit gefördert werden. Eine relativ einfache Technik zur Förderung von Reflexion ist das sogenannte Prompting, also das Anregen zum Nachdenken durch geeignete Reflexionsimpulse (van den Boom, Paas & van Merriënboer 2007). Die Lehrperson kann Reflexionsprozesse über einfache Fragen anregen, wie z. B. »Was gelang dir leicht?«, »Wo hattest du Schwierigkeiten?«, »Wie bist du mit diesen Schwierigkeiten umgegangen?« oder »Welche Methoden haben dir geholfen?« (Guldimann 1996).

4. Kognitive Aktivierung durch Kontrastieren und Vergleichen

In vielen der oben dargestellten Maßnahmen, denen ein Potenzial zur kognitiven Aktivierung von Lernenden zugeschrieben wird, spielen Vergleiche eine bedeutsame Rolle. Das Vergleichen kann als eine fundamentale kognitive Aktivität angesehen werden, die in vielen Lernkontexten zu einem tieferen Verständnis des Lerngegenstands beiträgt und somit eine wichtige Lernaktivität in einem verständnisorientierten Unterricht darstellt.

Die Bedeutung des Kontrastierens und Vergleichens erschließt sich u. a., wenn man sich bewusst macht, in wie vielen Situationen des Lebens Vergleiche eine Rolle spielen. Man entscheidet sich in der Regel für einen Fernseher, ein Smartphone, ein Auto oder andere Gegenstände, nachdem man Vergleiche angestellt hat. Vergleichen hilft jedoch nicht nur dabei, Entscheidungen zu treffen, sondern auch zu erkennen, worin sich die zu vergleichenden Objekte unterscheiden. Strategien des Vergleichens rücken somit auch die Kriterien, anhand derer sich die Objekte vergleichen lassen und unterscheiden, ins Bewusstsein. Vergleichen hilft demnach dabei, Gemeinsamkeiten zu erkennen, aber auch Unterschiede zu identifizieren. Der Aphorismus »wer nur England kennt, kennt England nicht« (siehe auch Lipowsky u. a. im Druck) drückt treffend aus, dass erst die Kontrastierung und die damit verbundenen Ab- und Vergleiche es ermöglichen, die charakteristischen Eigenschaften eines Objekts, eines Gegenstands und in diesem Fall eines Landes zu erkennen.

Die Forschungslage zu den Wirkungen von Lernumgebungen, die Lernende durch Kontraste zum Vergleichen auffordern, ist vergleichsweise reichhaltig. Insofern wundert es nicht, dass es mittlerweile auch Zusammenfassungen und Metaanalysen gibt, die die bisherigen Studienergebnisse bündeln (Alfieri, Nokes-Malach & Schunn 2013, Dean, Hubbell, Pitler & Stone 2012, Lipowsky u. a. im Druck, Marzano, Pickering & Pollock 2001). Sie kommen übereinstimmend zu dem Ergebnis, dass Prozesse des Vergleichens wirksame Lernaktivitäten darstellen. Gleichwohl ist hierbei zu beachten, dass nicht jede Aufforderung zum Vergleichen durch eine Lehrperson das Lernen und Verstehen von Schülerinnen und Schülern fördert (Richland, Zur & Holyoak 2007). In den folgenden Abschnitten wird daher detailliert auf die Bedeutung von Aktivitäten des Kontrastierens und Vergleichens für das Lernen eingegangen und entsprechende didaktische Maßnahmen werden genauer dargestellt.

Vergleichen von Lösungswegen

Viele schulische Aufgaben lassen sich auf verschiedene Arten lösen. Teilweise stellen diese Lösungswege Alternativen dar, die sich ähnlich gut für die Lösung der Aufgabe eignen. In anderen Fällen können bestimmte Lösungswege aber auch effizienter zur Lösung führen als andere. Aus der mathematikdidaktischen Forschung ist be-

A. Vergleichende Betrachtung

Mandys Lösung:

$$\begin{aligned}5(y + 1) &= 3(y + 1) + 8 \\5y + 5 &= 3y + 3 + 8 && \text{Ausmultiplizieren} \\5y + 5 &= 3y + 11 && \text{Zusammenfassen} \\2y + 5 &= 11 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten} \\2y &= 6 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten} \\y &= 3 && \text{Dividieren auf beiden Seiten}\end{aligned}$$

Ericas Lösung:

$$\begin{aligned}5(y + 1) &= 3(y + 1) + 8 \\2(y + 1) &= 8 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten} \\y + 1 &= 4 && \text{Dividieren auf beiden Seiten} \\y &= 3 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten}\end{aligned}$$

1. Mandy und Erica haben das Problem unterschiedlich gelöst, kommen jedoch zum selben Ergebnis. Weshalb?
2. Weshalb könntest du dich für Erica Lösungsweg entscheiden?

B. Sequenzielle Betrachtung

Mandys Lösung:

$$\begin{aligned}5(y + 1) &= 3(y + 1) + 8 \\5y + 5 &= 3y + 3 + 8 && \text{Ausmultiplizieren} \\5y + 5 &= 3y + 11 && \text{Zusammenfassen} \\2y + 5 &= 11 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten} \\2y &= 6 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten} \\y &= 3 && \text{Dividieren auf beiden Seiten}\end{aligned}$$

Würdest du Mandys Lösungsweg für ein solches Problem wählen? Warum oder warum nicht?

--- NÄCHSTE SEITE ---

Ericas Lösung:

$$\begin{aligned}10(x + 3) &= 6(x + 3) + 16 \\4(x + 3) &= 16 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten} \\x + 3 &= 4 && \text{Dividieren auf beiden Seiten} \\x &= 1 && \text{Subtrahieren auf beiden Seiten}\end{aligned}$$

Überprüfe Ericas Ergebnis durch das Einsetzen der Lösung in die Gleichung. Stimmt Ericas Ergebnis?

Abbildung 8: Beispiele der vergleichenden und sequenziellen Bedingung aus der Studie von Rittle-Johnson und Star (2007), übersetzt durch Lara Thiemann

kannt, dass Lernende effiziente Wege zur Lösung einer Aufgabe häufig ignorieren und stattdessen schematisch auf einen einzelnen Lösungsweg bzw. ein auswendig gelerntes Verfahren zurückgreifen, ohne vorab zu überlegen, ob dieser Weg bzw. dieses Verfahren geschickt und angemessen ist und manchmal auch ohne das Verfahren wirklich verstanden zu haben (z. B. Selter 2001a, Torbeyns & Verschaffel 2016). So lösen ca. 60% aller Grundschul Kinder die Aufgabe 701–698 nach der Einführung der schriftlichen Subtraktion mit dem schriftlichen Algorithmus statt über ein halbschriftliches Verfahren oder im Kopf (Selter 2001b).

Damit Lernende in der Anwendung von Lösungswegen flexibler werden und ein höheres konzeptuelles Verständnis erwerben, erscheint es daher sinnvoll, dass Lernende verschiedene Lösungswege für die gleiche Aufgabe vergleichen, analysieren und bewerten, um hierdurch auch konditionales Wissen zu erwerben, also Wissen darüber, wann (unter welchen Aufgabenbedingungen) welche Strategie bzw. welches Verfahren geschickt ist. Dass ein solcher Unterricht, der die Lernenden zum Vergleichen von Lösungswegen anregt und herausfordert, lernwirksam ist, zeigen viele Studien der Forschergruppe um Rittle-Johnson und Star. Diese Untersuchungen beziehen sich auf unterschiedliche mathematische Inhalte. In der Studie von 2007 untersuchten Rittle-Johnson und Star die Effekte des Vergleichens anhand einer Lernumgebung zum Thema »Lineare Gleichungen« im siebten Schuljahr. In der Untersuchungsgruppe wurden die Lernenden dabei explizit zum Vergleichen von unterschiedlichen Lösungswegen – präsentiert in Form von Lösungen fiktiver Schülerinnen und Schüler – aufgefordert (z. B. *Mandy und Erica haben das Problem unterschiedlich gelöst, kommen jedoch zum selben Ergebnis. Weshalb? Warum könntest du dich für Ericas Lösungsweg entscheiden?*). Hierbei wurden die zu vergleichenden Lösungswege der fiktiven Schülerinnen und Schüler immer nebeneinander präsentiert. Die Lernenden in der Kontrollgruppe wurden zwar mit Aufgaben und Lösungsbeispielen der gleichen Art konfrontiert, diese wurden aber nacheinander präsentiert, sodass ein unmittelbarer Vergleich erschwert war. Die Lernenden dieser sogenannten sequenziellen Bedingung wurden auch nicht aufgefordert, die Lösungswege zu vergleichen, sondern sie nachzuvollziehen und zu begründen, warum sie den dargestellten Lösungsweg auch wählen würden oder warum nicht. Insgesamt erstreckte sich die Unterrichtseinheit auf zwei Unterrichtsstunden à 45 Minuten. Die Abbildung 8 zeigt einen Ausschnitt aus dem Lernmaterial dieser Studie.

Die Auswertungen der Testergebnisse zeigten, dass die Schülerinnen und Schüler in der vergleichenden Bedingung den Lernenden in der Kontrollgruppe im Zuwachs der Flexibilität (Entwicklung unterschiedlicher Lösungswege, Beurteilen und Bewerten von Lösungswegen, Erkennen relevanter Lösungsschritte) überlegen waren. Auch im Zuwachs des prozeduralen Wissens (Richtigkeit der Lösungen) erwiesen sich die Lernenden der vergleichenden Bedingung als überlegen. In einer weiteren Studie der

Forschergruppe konnte nachgewiesen werden, dass es lernwirksamer ist, verschiedene Lösungswege für die gleiche Aufgabe bzw. das gleiche Problem zu vergleichen statt den Lösungsweg konstant zu halten und die Aufgabe zu variieren (Rittle-Johnson & Star 2009). Das verweist darauf, dass es nicht egal ist, was man miteinander vergleicht und was man konstant hält bzw. was man variiert.

Nun könnte man mit einer gewissen Plausibilität annehmen, dass beim Vergleichen von Lösungswegen insbesondere jene Schülerinnen und Schüler einen Vorteil haben, die schon ein gewisses Vorwissen mitbringen, da sich die Lernenden dann auf den Vergleich der Lösungswege konzentrieren können, während Lernende mit einem geringen Vorwissen mehr kognitive Kapazitäten investieren müssen, die mathematischen Prozesse, die sich hinter den Lösungswegen verbergen, erst einmal zu verstehen, bevor sie sie dann vergleichen können. Die Forschergruppe zeigt jedoch in einer weiteren Studie, dass auch Schülerinnen und Schüler mit einem geringeren Vorwissen in ähnlichem Ausmaß vom Vergleichen von Lösungswegen profitieren wie leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler, wenn das Unterrichtstempo nicht zu hoch ist und die Lernenden explizit zum Vergleichen angeregt werden (Rittle-Johnson, Star & Durkin 2012).

Die Forschergruppe gibt zusammenfassend einige wertvolle Empfehlungen für Lehrerinnen und Lehrer, um Lernende zum Vergleichen von Lösungswegen anzuregen (Star & Rittle-Johnson 2009): Wichtig sei, dass die schriftlichen Lösungswege nebeneinander präsentiert und die zu vergleichenden Lösungsschritte auf gleicher Höhe dargestellt werden, sodass sie unmittelbar und leicht zu vergleichen sind. Zudem sollten die Lernenden explizit dazu angeregt werden, Gemeinsamkeiten und Unterschiede in den Lösungswegen und -strategien zu erkennen sowie die Lösungswege in Hinblick auf ihre Effizienz hin zu analysieren und zu vergleichen. Wichtig sei auch, dass die Lösungswege und Strategien benannt oder mit gemeinsamen Begriffen versehen werden, um den Austausch und die Reflexion hierüber zu erleichtern.

Lernen aus Fehlern durch Vergleichen von korrekten und falschen Lösungen

Kann man aus Fehlern lernen? Viele Pädagoginnen und Pädagogen würden spontan mit »ja« antworten. Die Konfrontation mit einem Fehler hilft, den Fehler zu erkennen und ihn künftig zu vermeiden. Wichtig erscheint hierbei jedoch, falsche und korrekte Aufgabenlösungen unmittelbar gegenüberzustellen und zu kontrastieren, um dadurch die Aufmerksamkeit auf den Unterschied zwischen der falschen und der korrekten Lösung bzw. zwischen dem falschen und dem korrekten Lösungsweg zu lenken. Auf das Potenzial eines solchen Vergleichs machen Oser und Spychiger (2005) aufmerksam:

Man muss immer wissen, was eine Sache nicht ist, um zu wissen, was sie ist; man muss immer wissen, warum eine Sache nicht funktioniert, damit man weiß, wie sie funktioniert. (S. 11)

Für Oser und Spychiger (2005) spielt dieses sogenannte negative Wissen eine wichtige Rolle für menschliche Erkenntnis im Allgemeinen und schulisches Lernen im Besonderen: Negatives Wissen umfasst Abgrenzungswissen, also das Wissen, was nicht zu einer Sache bzw. nicht zu einem Konzept gehört, und Fehlerwissen, was in einer Situation nicht getan werden sollte. Durch Kontraste und Abgrenzungen, so Oser und Spychiger, werde klarer, was ein Konzept im positiven Sinne kennzeichnet und wie ein Problem zu lösen ist. Oser und Spychiger (2005) schlagen folgerichtig vor, im Unterricht explizit auf Kontrastierungen zu setzen und richtige und falsche Lösungen bzw. Lösungswege zu vergleichen. Die Forschung zeigt auch hier, wie bedeutsam solche Vergleiche sind. Siegler (2002) untersuchte, wie Kinder im dritten und vierten Schuljahr mathematische Probleme, in denen es um die Bedeutung des Gleichheitszeichens geht, lösen, wenn sie in unterschiedlicher Weise trainiert werden. In der ersten Trainingsbedingung (explain-own-reasoning) wurden die Kinder nach der Lösung jeder Aufgabe aufgefordert, zu begründen, warum sie glauben, dass ihre Lösung korrekt ist, bevor ihnen dann ein Feedback über die Richtigkeit ihrer Lösung gegeben wurde. In der zweiten Trainingsbedingung (explain-correct-reasoning condition) lösten die Kinder zunächst die Aufgaben selbst und erhielten daraufhin Feedback bezüglich der Korrektheit ihrer Lösung. In einem zweiten Schritt wurden sie dann mit der richtigen Lösung eines fiktiven Kindes konfrontiert, sollten den Lösungsweg erklären und dann begründen, warum sie glauben, dass es sich um die richtige Lösung handelt. Das dritte Training (explain-correct-and-incorrect-reasoning) ging im ersten Schritt genauso vor wie die zweite Bedingung, konfrontierte die Kinder aber nicht nur mit der richtigen Lösung, sondern auch mit einer falschen Lösung eines Kindes. Diese falsche Lösung entsprach dem häufigsten Fehlermuster des trainierten Kindes im Vortest. Beide Lösungen – also die richtige und die falsche – sollten vom Kind erklärt werden. Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass die Kinder der dritten Gruppe, die mit richtigen und falschen Lösungen konfrontiert wurden und diese erklären sollten, mehr lernten und ein tieferes Verständnis entwickelten als die Kinder der beiden anderen Gruppen. Dies betraf insbesondere Aufgaben, zu deren Lösung ein vertieftes Verständnis des Gleichheitszeichens als Äquivalenzrelation erforderlich war.

In einer weiteren Studie konnten Siegler und Chen (2008) diesen Vorteil des Vergleichens von richtigen und falschen Lösungen auch für das naturwissenschaftliche Thema Wasserverdrängung bestätigen. Auch in dieser Studie lernten die Kinder, die aufgefordert wurden, richtige und falsche Lösungen zu erklären, mehr als Kinder, die nur korrekte Lösungen erklären sollten.

Durkin und Rittle-Johnson (2012) wiesen nach, dass sich der Vorteil von Lernumgebungen, die Schülerinnen und Schüler zum Vergleichen falscher und richtiger Lösungswege auffordern, nicht auf Lernende mit einem hohen Vorwissen beschränkt. In dieser Studie profitierten auch Lernende mit einem geringeren Vorwissen vom Vergleich richtiger und falscher Lösungsbeispiele zum Thema Dezimalzahlen.

Der Überblick über den Forschungsstand zeigt, dass man – um aus Fehlern zu lernen – nicht zwingend jeden Fehler selbst gemacht haben muss, zumal es – trotz eines günstig ausgeprägten Unterrichtsklimas – Lernende gibt, die sich für ihre Fehler schämen. Prediger und Wittmann (2009, S. 8) geben einige praxisbezogene Tipps, wie man den Unterricht mit fremden Fehlern kognitiv und metakognitiv aktivierend gestalten kann.

- Finden und Widerlegen von typischen syntaktischen und semantischen Fehlern (*Was ist hier falsch? Begründe. Welche Regel wurde gebrochen?*)
- Finden von versteckten Fehlern (*Hier sind zwei Lösungen/Argumentationen mit widersprüchlichen Ergebnissen. Wo könnte der Fehler stecken?*)
- Identifizieren und Erklären von Fehlermustern (*Wie hat ... hier gedacht/gerechnet?*)
- Rekonstruktion von Fehlerursachen in kognitionsorientierten Aufgaben (*Welche Idee oder Fehlvorstellung steckt wohl hinter dem Fehler? Wieso ist diese nicht tragfähig? Erkläre.*)
- Entwicklung von Fehlerbearbeitungsstrategien (*Wie würdest du ... helfen?*)

Lernen aus Fehlern setzt voraus, dass Lernende die Gelegenheit erhalten, zu erkennen, dass etwas falsch ist und was falsch ist, dass sie verstehen, wie es zu dem Fehler gekommen ist und dass sie die Möglichkeit haben, den Fehler zu korrigieren (Oser & Spsychiger 2005). Sinnvoll ist in diesem Zusammenhang, dass die Lehrperson richtige und falsche Lösungen bzw. richtige und falsche Vorgehensweisen kontrastiert und die Lernenden auffordert, zu erklären, warum die eine Verfahrensweise richtig und die andere falsch ist. *Warum kann man zwei Brüche z. B. nicht addieren, indem man Zähler plus Zähler und Nenner plus Nenner rechnet? Kannst du mit einer Zeichnung und mit einem einfachen Beispiel zeigen, dass Zähler plus Zähler und Nenner plus Nenner falsch ist?*

Unterstützt wird der Prozess des Vergleichens durch gut strukturierte und übersichtlich gestaltete Arbeitsmaterialien (z. B. Arbeitsblätter) und Präsentationsmedien (z. B. Tafelbild), die diesen Vergleich erleichtern bzw. unterstützen. Hierzu gehört z. B., dass die korrekte und die falsche Lösung bzw. der korrekte und der falsche Lösungsweg nebeneinander dargestellt werden.

Darüber hinaus sind ein fehlerfreundliches Klima und ein Lehrpersonenverhalten erforderlich, das durch Interesse an den Lernwegen der Schülerinnen und Schüler,

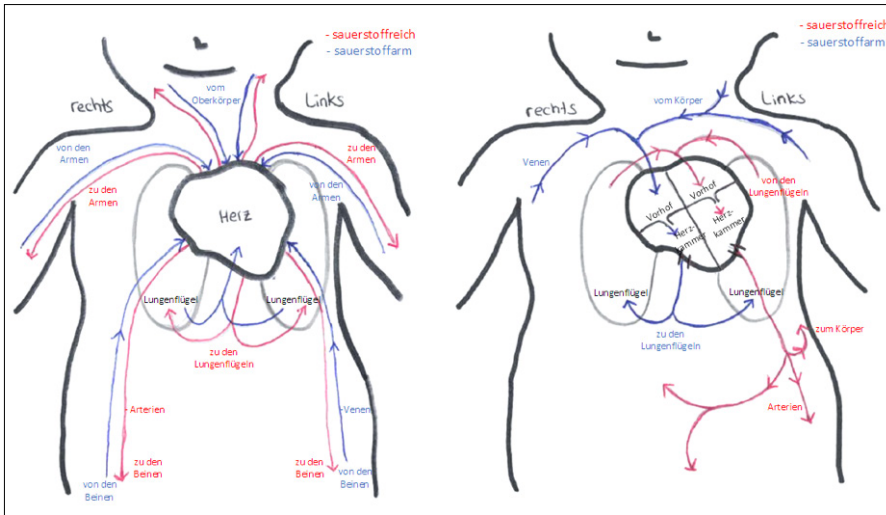


Abbildung 9: Falsche und richtige Abbildung des Blutkreislaufs aus der Studie von Gadgil u. a. (2012), bearbeitet durch Lara Thiemann

durch eine positive Haltung gegenüber Fehlern und ein Bemühen um deren Klärung sowie durch Toleranz und Geduld geprägt ist (Heinze 2004).

Lernen durch Vergleichen von korrekten und inkorrekten Abbildungen

Lehrbücher in den Naturwissenschaften, in Mathematik, aber auch in den Sozialwissenschaften sind häufig so aufgebaut, dass es zu einem neuen Thema einen einleitenden Text und eine hierzu passende Abbildung gibt, die sich die Lernenden mit Hilfe des Lehrbuchtextes erschließen sollen. Dieser Aufbau wird kaum in Frage gestellt, geschweige denn wissenschaftlich genauer untersucht. Eine Ausnahme bildet die Studie von Gadgil, Nokes-Malach und Chi (2012). Sie untersuchte, ob es einen Unterschied macht, wenn die Schülerinnen und Schüler zu einem Sachtext nicht nur die richtige und dazu passende Abbildung erhalten, sondern auch eine falsche Abbildung, die ein typisches Fehlkonzept von Lernenden beinhaltet. Konkret verglichen die Autorinnen und Autoren zwei Lernumgebungen in ihrer Wirksamkeit miteinander. In der Lernumgebung a) erhielten die Lernenden einen Sachtext zum Blutkreislauf mit einer korrekten und einer falschen Abbildung (vgl. Abbildung 9), in der Lernumgebung b) wurden die Lernenden mit dem gleichen Sachtext und nur mit der korrekten Abbildung konfrontiert.

Das Vorgehen b) entspricht also der typischen Struktur eines einleitenden Kapitels in einem Schulbuch. Die Lernenden in der Lernumgebung a) wurden angeregt, die korrekte und falsche Abbildung zu vergleichen und mit Hilfe des Sachtextes zu er-

mitteln, welche die richtige ist. Die Lernenden in der Lernumgebung b), die lediglich die korrekte Abbildung erhielten, bekamen den Arbeitsauftrag, diese zu erklären. Nach dieser Unterrichtseinheit wurde der Lernerfolg der Lernenden in beiden Gruppen gemessen. Es zeigte sich, dass diejenigen Lernenden, die die korrekte und die falsche Abbildung erhalten hatten und diese vergleichen sollten, auch unter Kontrolle des Vorwissens ein deutlich höheres Faktenwissen erwarben, weniger Fehlvorstellungen ausbildeten und mehr korrekte Schlussfolgerungen zogen als die Lernenden in der Lernumgebung b).

Abbildung 9 zeigt die falsche und die richtige Zeichnung des Blutkreislaufs. In der falschen (linken) Zeichnung findet sich ein typisches Fehlkonzep von Lernenden wieder: Hier wird der Blutkreislauf als ein Kreislauf zweier getrennter Systeme dargestellt. Die richtige Zeichnung ist die rechte, in der dargestellt ist, dass das sauerstoffarme und kohlendioxidreiche Blut von der rechten Herzhälfte in die Lunge gepumpt wird, dort Sauerstoff aufnimmt und Kohlendioxid abgibt und dann zur linken Herzhälfte zurückfließt (Lungenkreislauf). Von der linken Herzhälfte fließt das sauerstoffreiche und kohlenstoffdioxidarme Blut – vereinfacht dargestellt – in Arterien in alle Teile des Körpers. In den Kapillaren, einem Geflecht aus kleinen Verästelungen, gibt das Blut dann u. a. Sauerstoff ab und nimmt Kohlendioxid auf. In den Venen fließt das kohlendioxidreiche und sauerstoffarme Blut zurück in die rechte Herzhälfte, der Kreislauf ist damit geschlossen (Körperkreislauf).

Warum erweist sich der Vergleich von falscher und richtiger Abbildung in Kombination mit dem Lehrbuchtext als so viel wirksamer als der Lehrbuchtext mit ausschließlich richtiger Abbildung? Erwartbar ist zum einen, dass die Lernenden in der vergleichenden Lernumgebung a) den Text gründlicher lesen und nach einer Passung zwischen einer der beiden Abbildungen und dem Text suchen. Sie sind zudem genötigt, die Abbildungen genau zu analysieren, sie auf Unterschiede zu untersuchen und dann wiederum Korrespondenzen zu den Informationen im Text zu ermitteln. Diese kurze Beschreibung der möglichen kognitiven Prozesse verdeutlicht schon, dass die Lernenden hierbei wahrscheinlich deutlich kognitiv aktiver sind als in der Lernumgebung b). In der Lernumgebung b) dürften sich viele Lernende den Text durchlesen und die Abbildung anschauen in dem Glauben, die wichtigen Informationen zu verstehen. Die Lernenden werden hierbei nicht herausgefordert, das eigene Verständnis – durch die Entscheidung für die eine oder die andere Abbildung – zu prüfen. Sie werden also – obgleich es einfacher zu sein scheint – nicht dazu angeregt, ihr Verständnis unter Beweis zu stellen. Dabei kann sich dann eine Art Kompetenz- oder Verstehensillusion einstellen. Das heißt: Man glaubt etwas zu können oder zu verstehen, obgleich man es nicht wirklich kann bzw. nicht wirklich verstanden hat (Bjork 1999). Unterricht trägt – nach Ansicht von Bjork (1999) – durch zu wenig Variation und durch zu viele gleichartige Anforderungen zu dieser Kompetenzillusion bei.

Nun kann man als Lehrperson die berechtigte Frage stellen, ob denn ein Vergleich einer korrekten und falschen Abbildung in Verbindung mit einem Sachtext immer so positive Wirkungen hat. Ganz so einfach ist es wahrscheinlich nicht. Denn zu beachten ist, dass in der Studie von Gadgil u. a. (2012) die fehlerhafte Abbildung ein typisches Misskonzept von Lernenden repräsentierte. Das bedeutet, dass mit dem Aufgreifen der falschen Abbildung auch unmittelbar an das Vorwissen und an die Präkonzepte der Lernenden angeschlossen wurde. Dies dürfte eine wichtige Bedingung für das Auftreten dieses Effekts sein. Dies setzt wiederum voraus, dass sich die Lehrperson mit den typischen Verständnisschwierigkeiten und Fehlkonzepthen ihrer Lernenden auseinandersetzt und diese erfasst.

Die Konfrontation mit typischen Fehlvorstellungen und nicht belastbaren Konzepten sowie die Gegenüberstellung mit korrekten Konzepten und wissenschaftlich tragfähigen Konzepten kann im Sinne Piagets zu kognitiven Konflikten und Widersprüchen beim Lernenden führen und zur Akkommodation, also zur Weiterentwicklung der Vorstellungen des Lernenden beitragen (vgl. auch Abschnitt »Bewusstmachen von Widersprüchen und Induktion kognitiver Konflikte« in Kapitel 3).

Verschachteltes Lernen

Auch für die Wirksamkeit des sogenannten verschachtelten Lernens werden Prozesse des Vergleichens verantwortlich gemacht. Beim verschachtelten Lernen werden unterschiedliche Inhalte nicht – wie gewöhnlich – geblockt (aaaabbbbccccdddd), sondern abwechselnd bzw. verschachtelt (abcdabcdabcdabcd) behandelt, was das Erlernen erst einmal erschwert, aber mittel- und langfristige höhere Behaltens- und Lernerfolgsquoten zur Folge haben kann (Dunlosky, Rawson, Marsh, Nathan & Willingham 2013).

Dass verschachteltes Lernen gegenüber dem geblockten Lernen zusätzliche Erschwernisse und Herausforderungen für den Lernenden beinhaltet, erscheint unmittelbar nachvollziehbar. Beim geblockten Lernen wird nach der Einführung des Inhalts a (z. B. Addition von Brüchen) dieser Inhalt a ausführlich wiederholt und angewendet, sodass die Lernenden nach einigen Wiederholungen den Eindruck haben, den Inhalt bereits zu beherrschen und zu verstehen bzw. die gleichartigen Anforderungen bewältigen zu können. Kurzfristig ist dieses Vorgehen häufig auch erfolgreich: Wenn mehrere Stunden hintereinander der gleiche Inhalt bzw. die gleiche Art von Aufgaben bearbeitet wird, sind die Schülerinnen und Schüler so vertraut damit, dass sie diese richtig lösen. Lehrerinnen und Lehrer erleben aber häufig – z. B. bei der nächsten Klassenarbeit –, dass dieser Lernerfolg nicht von langer Dauer und nicht nachhaltig ist: Die Schülerinnen und Schüler können erworbene Inhalte »plötzlich« nicht mehr korrekt anwenden, verwechseln verschiedene Inhalte oder wissen auf einmal nicht



Abbildung 10: Exemplare von Gemälden dreier verschiedener Künstler (Jen Blencowe, Richard Lindenberg und Rae O Shea), die in der Studie von Kang und Pashler (2012) Verwendung fanden

mehr, wie bestimmte Aufgaben zu bewältigen und zu lösen sind und wann welcher Inhalt, welche Strategie oder welches Verfahren angewendet werden muss.

In der Literatur wird dies häufig auch als »träges Wissen« bezeichnet (Renkl 1996, vgl. Abschnitt »Metakognitive Förderung durch Anregung zur Reflexion des Lernprozesses« in Kapitel 3). Beim verschachtelten Lernen werden unterrichtliche Inhalte (z. B. Addition und Multiplikation von Brüchen) jedoch von Anfang an abwechselnd behandelt, was das Lernen und Behalten für die Lernenden erst einmal schwerer

macht, da sie nicht auf ein in den letzten Stunden erworbenes Verfahren zurückgreifen können, das ihnen die Bearbeitung der aktuellen Anforderung ermöglicht. Bereits während der Lernphase werden die Schülerinnen und Schüler angeregt, sich zu überlegen, wie – mit welcher Strategie, welcher Vorgehensweise – die unterrichtliche Anforderung zu bearbeiten bzw. zu lösen ist bzw. zu welcher Kategorie die unterrichtliche Aufgabe und Anforderung gehört. Es lässt sich annehmen, dass diese Anregungen sogenanntes konditionales Wissen fördern. Damit wird das Wissen darüber bezeichnet, wann – also unter welchen Bedingungen – welche Strategien, Vorgehensweisen und Kategorien – anzuwenden sind. Im Unterschied zum geblockten Lernen ist das verschachtelte Lernen erst einmal anspruchsvoller und für den Lernenden kognitiv anstrengender. Daher wird das verschachtelte Lernen auch als eine wünschenswerte Erschwernis bezeichnet (Bjork & Bjork 1992, 2011, Lipowsky, Richter, Borromeo Ferri, Ebersbach & Hänze 2015).

Die zum verschachtelten Lernen vorliegenden Forschungsbefunde stammen häufig aus Laborstudien. Verglichen wird hierbei, ob das verschachtelte Lernen dem geblockten Lernen überlegen ist. Viele Studien können dies bestätigen (z. B. Birnbaum, Kornell, Bjork & Bjork 2013, Dunlosky u. a. 2013, Rohrer 2012, Rohrer, Dedrick & Burgess 2014, Rohrer, Dedrick & Stershic 2015, Taylor & Rohrer 2010).

Bekannt ist eine ganze Reihe von Studien geworden, in denen die Lernenden Malstile von Künstlerinnen und Künstlern unterscheiden lernen sollen. Den Lernenden werden in diesen Studien Exemplare von Gemälden mehrerer Künstlerinnen und Künstler präsentiert.

In der einen Gruppe erfolgt diese Präsentation geblockt (also alle Exemplare eines Künstlers nacheinander, bevor dann die Exemplare des zweiten Künstlers folgen), in der anderen Gruppe verschachtelt und damit abwechselnd. Die Abbildung 10 zeigt Exemplare von Gemälden dreier Künstler, welche z. B. in der Studie von Kang und Pashler (2012) verwendet wurden. Die Probanden werden dann in Studien wie dieser nach der Lernphase aufgefordert, anzugeben, von welchem der kennengelernten Künstlerinnen und Künstler ein bestimmtes Bild stammt. In diesen Studien erwies sich die verschachtelte Bedingung der geblockten in der Regel als deutlich überlegen.

Lassen sich diese Ergebnisse auf schulisches Lernen übertragen? Diese Frage nach der Übertragbarkeit der Befunde auf das Lernen schulischer und meist komplexerer Inhalte ist berechtigt, denn in vielen Studien mit positiven Effekten zugunsten des verschachtelten Lernens waren die Lerninhalte wenig komplex. Zudem wurden die präsentierten Inhalte häufig visuell dargeboten. Die sehr wenigen Studien, die das Erlernen komplexerer Schulinhalte prüften und die im Klassenzimmer statt im Labor durchgeführt wurden, kommen insgesamt zu uneinheitlichen Ergebnissen (Brunmair & Richter eingereicht), d. h. einige Studien weisen positive Wirkungen des verschach-

Halbschriftliche Subtraktionsstrategien (Auswahl)				Schriftliches Normalverfahren
Schrittweise	Stellenweise	Hilfsaufgabe	Ergänzen	(Ergänzen)
$598 - 327 = 271$	$598 - 327 = 271$	$527 - 199 = 328$	$701 - 698 = 3$	508
$598 - 300 = 298$	$500 - 300 = 200$	$527 - 200 = 327$	$698 + 3 = 701$	- 379
$298 - 20 = 278$	$90 - 20 = 70$	$327 + 1 = 328$		11
$278 - 7 = 271$	$8 - 7 = 1$			129

Abbildung 11: Die unterrichteten Subtraktionsstrategien in der LIMIT-Grundschulstudie

telten Lernens nach, andere eher Vorteile des geblockten Lernens. Daher wird in der Forschung diskutiert, welche Bedingungen zum Verschachteln der Inhalte hinzukommen müssen, damit es im Unterricht wirksam ist. In dem Zusammenhang wird u. a. vorgeschlagen, dass neben dem Verschachteln der Inhalte die Lernenden auch explizit zum Vergleichen angeregt werden müssen, um den Vorteil des verschachtelten Lernens nutzen zu können. Zwei Studien, die die Bedeutung dieser Annahme unterstreichen, werden im Folgenden genauer vorgestellt.

In der Untersuchung von Ziegler und Stern (2016) im Fach Mathematik ging es um die beiden Inhalte Addition (z. B. $x + x + x$) und Multiplikation von Termen ($2x \cdot x^2$). Die Lernenden der Kontrollgruppe wurden erst mit den Aufgaben zur Addition, dann mit den Aufgaben zur Multiplikation konfrontiert, was einem sequenziellen und geblockten und damit dem häufig in der Schule realisierten Vorgehen entspricht. Die Lernenden der Untersuchungsgruppe dagegen wurden abwechselnd mit Additions- und Multiplikationsaufgaben konfrontiert, indem Aufgaben beider Typen nebeneinander und kontrastierend an der Tafel präsentiert wurden. Zusätzlich wurden die Lernenden aufgefordert, die Vorgehensweisen für die beiden Arten von Aufgaben explizit zu vergleichen, die Unterschiede zu erkennen und zu beschreiben sowie zu erläutern, wie man vermeiden kann, die jeweiligen Vorgehensweisen zu verwechseln. In der Kontrollbedingung wurden die Schülerinnen und Schüler angeregt, genauer zu erläutern, wie man Aufgaben des gleichen Typs löst und worauf man hierbei zu achten habe.

Im Einklang mit den aus der Forschung zu den wünschenswerten Erschwernissen ableitbaren Hypothesen zeigte sich zunächst, dass die Schülerinnen und Schüler der sequenziellen und geblockten Bedingung während der Lernphase erfolgreicher waren und signifikant mehr Aufgaben richtig lösten. Nach der Lernphase kehrte sich das Ergebnismuster jedoch um: Die Lernenden der vergleichenden und verschachtelten Bedingung wiesen höhere Lösungsraten auf als die Lernenden der Kontrollgruppe. Die Unterschiede zwischen beiden Gruppen blieben auch bis zehn Wochen nach der Durchführung der Unterrichtseinheit erhalten.

In einer weiteren Studie von Nemeth, Arend, Werker, Vogel und Lipowsky (2019) wurde das verschachtelte Lernen am Thema Subtraktionsstrategien im dritten Schuljahr untersucht. Hintergrund der Studie ist, dass viele Schülerinnen und Schüler wenig geschickt rechnen und meist schematisch nur einen Rechenweg, nämlich das schriftliche Normalverfahren anwenden, sobald dieses als Algorithmus in der Grundschule eingeführt wird (vgl. Abschnitt »Vergleichen von Lösungswegen« in Kapitel 3). Um zu überprüfen, ob verschachteltes Lernen von halbschriftlichen Verfahren und schriftlichem Algorithmus die Lernenden flexibler und geschickter rechnen lässt, wurden in der LIMIT-Grundschulstudie (Verschachteltes Lernen im Mathematikunterricht) diese Subtraktionsstrategien Lernenden zum einen verschachtelt, zum anderen geblockt zugänglich gemacht. Die Abbildung 11 zeigt die im Unterricht behandelten Strategien.

Insgesamt bestanden die beiden Unterrichtseinheiten aus jeweils 14 Unterrichtsstunden. Jede der teilnehmenden 12 Klassen wurde geteilt: Die eine Hälfte lernte die o.a. Strategien geblockt, d. h. nacheinander, die andere Hälfte verschachtelt, d. h. vermischt. In der verschachtelten Bedingung wurden die Lernenden zusätzlich dazu angeregt, die Strategien zu vergleichen und zu reflektieren, wann – d. h. unter welchen Aufgabenbedingungen – welche der Strategien am geschicktesten angewendet werden kann. In der geblockten Bedingung wurden die Lernenden dagegen aufgefordert zu beurteilen, für welche Aufgaben sich die gerade behandelte Strategie als günstig erweist. Im Grunde wurden also beim verschachtelten Lernen unterschiedliche Strategien für die gleiche Aufgabe verglichen, beim geblockten Lernen dagegen unterschiedliche Aufgaben, die mit der gleichen Strategie bearbeitet wurden. Als Maß für den Lernerfolg wurden die Korrektheit der Aufgabenlösungen, die Geschicktheit der gewählten Strategie (Adaptivität) und die Anzahl der angewandten Strategien gewertet (Flexibilität). Vergleicht man die Entwicklung zwischen dem unmittelbaren Vor- und dem unmittelbaren Nachtest direkt nach den 14 Unterrichtsstunden, erwies sich die verschachtelte Bedingung in allen drei Maßen für den Lernerfolg der geblockten Bedingung überlegen. Auch fünf Wochen nach der Unterrichtseinheit wendeten die Schülerinnen und Schüler, die die Strategien verschachtelt gelernt hatten, noch mehr unterschiedliche Strategien an und rechneten geschickter als die Lernenden der geblockten Bedingung (Nemeth u. a. 2019, Werker, Nemeth, Arend & Lipowsky in Vorbereitung).

Betrachtet man die positiven Befunde des verschachtelten Lernens, so lässt sich fragen, ob die zeitliche Anordnung der Lerninhalte im Verlaufe einer Schulwoche nicht ohnehin schon verschachteltes Lernen darstellt. Oder mit anderen Worten: Ist es nicht schon verschachteltes Lernen, wenn die Schülerinnen und Schüler montags, mittwochs und freitags Mathematik haben und dazwischen andere Inhalte in ande-

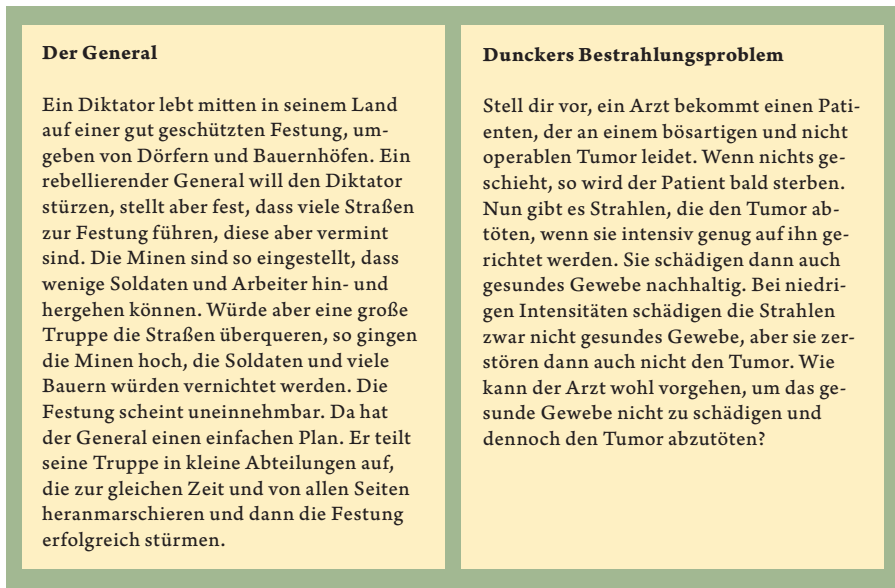


Abbildung 12: Das Bestrahlungsproblem und die analoge Generalgeschichte (Klauer 2011, S. 67)

ren Fächern bearbeiten? Die Frage muss mit »nein« beantwortet werden. Zum verschachtelten Lernen gehört, wie die bisherigen Ausführungen verdeutlichen, eine didaktisch gut begründete und abwechselnde Aneinanderreihung von Inhalten, die miteinander in Beziehung stehen und insofern Ähnlichkeiten aufweisen. Neben dieser didaktisch-curricularen Dimension hängt der Erfolg verschachtelten Lernens im Unterricht auch davon ab, wie gut es gelingt, die Lernenden durch das Verschachteln und zusätzliche Aufgabenstellungen zum Vergleichen und zum Identifizieren von Gemeinsamkeiten und Unterschieden in der Auseinandersetzung mit den unterschiedlichen Inhalten anzuregen.

Erfolgversprechend scheint das verschachtelte Lernen auch dann zu sein, wenn man die Inhalte (Verfahren, Strategien usw.) leicht verwechselt, wie das in der Studie von Ziegler und Stern (2016) der Fall war. Sind die verschachtelten Inhalte aber zu unähnlich bzw. haben sie nichts miteinander zu tun, so dürfte eine abwechselnde Behandlung keinen zusätzlichen Vorteil bringen. Wie bereits oben erwähnt, wird das Kontrastieren und Vergleichen von Inhalten als fundamentaler Lernmechanismus für den Erfolg des verschachtelten Lernens verstanden. Die sogenannte discriminative-contrast Hypothese geht davon aus, dass das abwechselnde Behandeln von Inhalten kognitiv anspruchsvollere Diskriminierungs- und Vergleichsprozesse auslöst und es somit leichter fällt, charakteristische Unterschiede zwischen zueinander in Beziehung stehenden Lerninhalten zu erkennen und zu begreifen.

Analogien bilden

Auch beim Bilden von Analogien und beim analogen Schlussfolgern spielen Vergleiche eine wichtige Rolle. Beim analogen Schlussfolgern und Problemlösen geht es in der Regel darum, das Lösen eines Problems durch den Bezug auf ein anderes Problem, das auf einem ähnlichen Prinzip beruht, zu erleichtern. Im Unterschied zum analogen Denken, bei dem der Lernende von einer bekannten Problemlösung, einem bekannten Fall auf die Lösung eines neuen, unbekanntes Problems schließen soll, meint analoges Schlussfolgern (Enkodieren), dass beide Probleme für den Lernenden unbekannt sind (Felbrich 2005). Die Lösung der beiden Probleme gelingt dem Lernenden dann eher, wenn er die strukturellen Gemeinsamkeiten der beiden Probleme durch Vergleichen erkennt.

Bekannt geworden und vielfach untersucht ist die Lösung des sogenannten Bestrahlungsproblems (Abbildung 12). Hierbei wurden Versuchsteilnehmerinnen und -teilnehmer in verschiedenen Untersuchungsbedingungen aufgefordert, das Bestrahlungsproblem durch Bildung von Analogien zu lösen. Untersucht wurde u. a., ob den Teilnehmerinnen und Teilnehmern die Lösung des Problems eher gelingt, wenn sie mit einem weiteren Problem konfrontiert werden, das auf einem ähnlichen Prinzip beruht, hier die sogenannte Generalgeschichte.

Gick und Holyoak (1980) konnten z. B. nachweisen, dass die Lösung des Bestrahlungsproblems Studierenden eher gelingt, wenn sie vorab mit der Geschichte des Generals konfrontiert wurden. Einen zusätzlichen Effekt hatte es, wenn den Lernenden explizit der Hinweis gegeben wurde, dass die Lösung des Generalproblems die Lösung des Bestrahlungsproblems erleichtern kann (Gick & Holyoak 1980) und wenn die Lernenden vorab mit zwei analogen Problemen statt mit einem konfrontiert wurden (Gick & Holyoak 1983). Die Studie von Gick und Holyoak (1980) hat auch einige Nachfolgestudien angeregt. So konnten Kurtz und Loewenstein (2007) in einer Reihe von Experimenten unter Verwendung des Generalproblems zeigen, dass die explizite Aufforderung zum Vergleichen von strukturell ähnlichen Problemen von zentraler Wichtigkeit für das Entdecken der Analogie und für die Problemlösung ist. Fehlt diese Aufforderung zum Vergleichen dagegen, führt selbst die Konfrontation mit mehreren strukturähnlichen Problemen nicht zu einem besseren Transfer bei einer analogen Aufgabe. Die Studien zum analogen Enkodieren verdeutlichen somit auch, dass es lernwirksamer ist, Lernende mit zwei Beispielen zu konfrontieren statt mit einem Beispiel oder einem Fall (Gentner, Loewenstein & Thompson 2003).

Unter Nutzung des oben dargestellten Bestrahlungsproblems untersuchen Forschungsarbeiten mitunter auch, wie oberflächlich ähnlich oder unähnlich die analogen Probleme, die den Lernenden zusätzlich vorgelegt werden, sein dürfen, um durch einen Transfer das Bestrahlungsproblem zu lösen. In weiteren Experimenten über-

prüften Gick und Holyoak (1983), ob es Lernenden eher gelingt, das Bestrahlungsproblem als Zielproblem zu lösen, wenn sie vorab mit zwei einander oberflächlich ähnlichen oder unähnlichen Problemen konfrontiert wurden. Als oberflächlich ähnlich wurden Probleme betrachtet, die aus dem gleichen Kontext stammten, z. B. neben der Generalgeschichte eine weitere militärische Geschichte, bei der ein Kommandeur eine Insel erobern sollte und sie nur einnehmen konnte, wenn er mehrere Brücken bauen ließ. Als oberflächlich unähnlich wurden Probleme betrachtet, die sich auf verschiedene Kontexte bezogen, also z. B. neben dem Generalproblem eine Geschichte, in der ein Brandspezialist ein Feuer erfolgreich bekämpft, wenn er seine Feuerwehrleute rund um das Feuer positioniert und sie gleichzeitig das Feuer löschen lässt. Gick und Holyoak (1983) nahmen an, dass es den Lernenden eher gelingt, das Bestrahlungsproblem zu lösen, wenn sie vorab mit oberflächlich unähnlichen Geschichten konfrontiert wurden statt mit oberflächlich ähnlichen. Tatsächlich schafften es 52 % der Lernenden, die vorher die unähnlichen Geschichten gelesen hatten, das Bestrahlungsproblem zu lösen, aber nur 39 % der Lernenden, die vorher mit ähnlichen Geschichten aus dem gleichen Kontext konfrontiert worden waren. Wegen der kleinen Stichprobe fiel dieser Unterschied aber nicht signifikant aus.

Eine Schulstudie, die einer ähnlichen Fragestellung nachging, wurde von Schwelke (2016) durchgeführt. Sie untersuchte im naturwissenschaftlichen Sachunterricht der Grundschule, welche Bedeutung oberflächliche Ähnlichkeiten bzw. Unähnlichkeiten von naturwissenschaftlichen Beispielen, die auf dem gleichen Funktionsprinzip beruhen, für den Aufbau von konzeptuellem Verständnis bei Kindern der dritten Jahrgangsstufe haben. Dazu wurden vier Unterrichtssequenzen zum Hebelgesetz entwickelt und von der Autorin in 22 dritten Klassen durchgeführt, wobei systematisch variiert wurde, ob sich die Lernenden mit oberflächlich ähnlichen oder oberflächlich unähnlichen Beispielen auseinandersetzten. Bezogen auf das Prinzip der doppelten Kraftverstärkung – welches neben den Prinzipien Gleichgewicht und einfache Kraftverstärkung im Fokus der Unterrichtseinheiten stand – wurde beispielsweise der Nussknacker als Kernbeispiel ausgewählt.

Die Gruppe »ähnliches Beispiel« arbeitete mit der Knoblauchpresse, die Gruppe »unähnlicher Vergleich« mit einem Locher. In den Ergebnissen zeigten sich für den Aufbau inhaltspezifischen Wissens Vorteile für die Arbeit mit oberflächlich unähnlichen Beispielen. Erklärt wird dies damit, dass sich die Schülerinnen und Schüler durch die oberflächliche Unähnlichkeit stärker mit der Tiefenstruktur der Beispiele auseinandersetzten.

5. Zusammenfassung

Die kognitive Aktivierung und Anregung von Lernenden gilt neben der konstruktiven Lernunterstützung bzw. dem unterstützenden Unterrichtsklima und der effektiven Klassenführung als wichtige Basisdimension von Unterrichtsqualität. Während die effektive Klassenführung vor allem der Aufrechterhaltung der Aufmerksamkeit dient und das unterstützende Unterrichtsklima bzw. die konstruktive Lernunterstützung die Motivation fördert, zielt die kognitive Aktivierung auf das Lernen und Verstehen ab. In diesem Beitrag wurden verschiedene Maßnahmen zur kognitiven Aktivierung vorgestellt, anhand von Beispielen illustriert und mit Befunden aus der Forschung unterlegt. Ein Schwerpunkt wurde hierbei auf didaktische Maßnahmen der Lehrperson gelegt, die die Lernenden zum Vergleichen anregen. Die hier vorgestellten Forschungsbefunde unterstreichen, welche verstehensfördernde Wirkungen Maßnahmen der Kontrastierung haben und wie wirksam Strategien des Vergleichens sein können. Dies gilt grundsätzlich für das Lernen in unterschiedlichen Fächern.

Aktivitäten des Vergleichens repräsentieren anspruchsvolle kognitive Aktivitäten. Insofern machen sie das Lernen zunächst nicht unbedingt leichter, sondern eher schwerer. Werden hierdurch leistungsschwächere Lernende nicht benachteiligt? Diese Annahme liegt auf der Hand, denn der Vergleich von Lösungswegen oder das Bemerkens von Analogien dürfte Lernenden mit einem höheren Vorwissen eher gelingen als Lernenden mit einem geringeren Vorwissen. So müssen sich leistungsschwächere Lernende wahrscheinlich mehr anstrengen, um z. B. die zu vergleichenden Lösungswege zu verstehen bzw. diese nachzuvollziehen, bevor sie diese überhaupt vergleichen können. Auch das Identifizieren von Analogien dürfte Lernenden mit einem geringeren Vorwissen schwerer fallen als Lernenden mit günstigeren kognitiven Voraussetzungen (Chi, Feltovich & Glaser 1981). Aber ist es angemessen, vergleichbare Lernzuwächse für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler wie für leistungsstärkere zu erwarten? Pädagogisch sinnvoll erscheint, den Zuwachs leistungsschwächerer Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Lernumgebungen zu vergleichen. Mit anderen Worten: Lernen Schülerinnen und Schüler mit ungünstigen Voraussetzungen in Lernumgebungen, die zum Vergleichen anregen, mehr als im »normalen« und herkömmlichen Unterricht? Und analog hierzu: Profitieren leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler stärker von Lernumgebungen, die zum Vergleichen anregen, als vom herkömmlichen Unterricht?

Die Ergebnisse der hier vorgestellten Studien sprechen dafür, dass Lernumgebungen, die zum Vergleichen anregen, alle Gruppen von Schülerinnen und Schülern, also auch leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler bzw. Lernende mit einem geringen Vorwissen, mindestens genauso gut fördern wie die entsprechenden Kontrollbedingungen.

Zu beachten ist allerdings, dass sich die Wirksamkeit von Lernumgebungen, die zum Vergleichen herausfordern, nicht durch einmalige Lehraktivitäten und Aufgaben der Lehrperson einstellt (Richland u. a. 2007, Rohrer u. a. 2015). Vielmehr erscheint eine gezielte und wiederkehrende Anregung zum Vergleichen erforderlich, um deren Kraft konstruktiv zu nutzen. Die Tipps und Hinweise auf der gegenüberliegenden Seite können gegebenenfalls helfen, an einige wichtige Punkte bei der Vorbereitung des Unterrichts zu denken.

Literatur

- Alfieri, Louis; Nokes-Malach, Timothy J. & Schunn, Christian D. (2013): Learning through case comparisons: A meta-analytic review. *Educational Psychologist* 48 (2), S. 87–113.
- Artelt, Cordula (2000): *Strategisches Lernen*. Münster.
- Artelt, Cordula (2006): Lernstrategien in der Schule. In: Mandl, Heinz & Friedrich, Helmuth F. (Hrsg.): *Handbuch Lernstrategien*. Göttingen.
- Aschersleben, Karl (1999): *Frontalunterricht – klassisch und modern. Eine Einführung*. Neuwied.
- Bangert-Drowns, Robert L.; Kulik, Chen-Lin. C.; Kulik, James A. & Morgan, Mary-Teresa (1991): The instructional effect of feedback in test-like events. *Review of Educational Research* 61 (2), S. 213–238.
- Baumert, Jürgen & Köller, Olaf (1996): Lernstrategien und schulische Leistungen. In: Möller, Jens & Köller, Olaf (Hrsg.): *Emotionen, Kognitionen und Schulleistung*. Weinheim, S. 137–154.
- Baumert, Jürgen; Kunter, Mareike; Blum, Werner; Brunner, Martin; Voss, Thamar; Jordan, Alexander u. a. (2010): Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal* 47 (1), S. 133–180.
- Birnbaum, Monica S.; Kornell, Nate; Bjork, Elizabeth L. & Bjork, Robert A. (2013): Why interleaving enhances inductive learning: The roles of discrimination and retrieval. *Memory & Cognition* 41 (3), S. 392–402.
- Bjork, Robert A. (1999): Assessing our own competence: Heuristics and illusions. In: Gopher, Daniel & Koriat, Asher (Hrsg.): *Attention and performance XVII. Cognitive regulation of performance: Interaction of theory and application*. Cambridge, S. 435–455.
- Bjork, Robert A. & Bjork, Elizabeth L. (1992): A new theory of disuse and an old theory of stimulus fluctuation. In: Healy, Alice F.; Kosslyn, Stephen M. & Shiffrin, Richard M. (Hrsg.): *From learning processes to cognitive processes: Essay in honor of William K. Estes*. Hillsdale, S.35-67.



Nachhaltiger lernen durch wünschenswerte und gewollte Erschwernisse: Tipps und Tricks für den Schulalltag

- Stellen Sie komplexe Aufgaben, die die Lernenden zum Nachdenken herausfordern und für deren Bearbeitung die Lernenden nicht nur auf Routinen zurückgreifen müssen.
- Fordern Sie Ihre Schülerinnen und Schüler auf, Antworten und Lösungen zu begründen.
- Stellen Sie Bezüge zwischen den Beiträgen Ihrer Schülerinnen und Schüler im Unterrichtsgespräch her. Kontrastieren Sie abweichende Ideen und Meinungen und greifen Sie diese bewusst auf.
- Fassen Sie im Unterrichtsgespräch hin und wieder den Diskussionsverlauf zusammen und beziehen Sie hierbei die Ideen der Lernenden ein.
- Fördern und trainieren Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern die Anwendung von Lernstrategien und machen Sie die richtige Anwendung der Strategien als Modell vor.
- Nutzen Sie die Kraft des Vergleichens, indem Sie z. B. ...
 - unterschiedliche Lösungswege vergleichen lassen und diese von Ihren Schülerinnen und Schülern bewerten lassen.
 - Daten und Informationen in der Aufgabe gezielt variieren und die Auswirkungen auf das Ergebnis untersuchen lassen.
 - Aufgaben und Operationen, die Ihre Schülerinnen und Schüler häufig verwechseln, nicht geblockt, sondern verschachtelt unterrichten.
 - Ihre Schülerinnen und Schüler anregen, sich vergleichend mit einer korrekten und einer fehlerhaften Lösung, Strategie oder Vorstellung auseinanderzusetzen. Nutzen Sie hierbei Ihr Wissen über typische Fehlkonzepte und Schwierigkeiten Ihrer Schülerinnen und Schüler und nehmen Sie Ihren Lernenden durch eine anregende »Detektivarbeit« die Angst vor Fehlern.
 - zu Sachtexten verschiedene Abbildungen erstellen, von denen aber nur eine korrekt ist.
 - Verfahren oder Lösungswege, die Ihre Schülerinnen und Schüler häufig vergessen, nicht geblockt behandeln, sondern immer wieder aufgreifen und – wo sinnvoll – miteinander vergleichend in Beziehung setzen.
 - Ihre Schülerinnen und Schüler gezielt auffordern, Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen zu lernenden Objekten, Beispielen, Aufgaben, Texten usw. zu identifizieren.
 - zu vergleichende Objekte, Lösungswege usw. nebeneinander präsentieren, sodass Ihren Schülerinnen und Schülern der Vergleich besser gelingt.

- Bjork, Elizabeth L. & Bjork, Robert A.* (2011): Making things hard on yourself, but in a good way: Creating desirable difficulties to enhance learning. In: Gernsbacher, Morton A. & Pomerantz, James R. (Hrsg.): *Psychology and the real world: Essays illustrating fundamental contributions to society*. New York, S. 56–64.
- Bloom, Benjamin S.; Engelhart, Max D.; Furst, Edward J.; Hill, Walker H. & Krathwohl, David R.* (1976): *Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich*. Weinheim.
- Blum, Werner & Leiß, Dominik* (2005): Modellieren im Unterricht mit der «Tanken»-Aufgabe. *Mathematik lehren* (128), S. 18–21.
- Boom, Gerard van den; Paas, Fred & van Merriënboer, Jeroen J. G.* (2007): Effects of elicited reflections combined with tutor or peer feedback on self-regulated learning and learning outcomes. *Learning and Instruction* 17 (5), S. 532–548.
- Bremerich-Vos, Albert* (2000): Was ist guter Deutschunterricht? In: Landesinstitut für Schule und Weiterbildung (Hrsg.): *Was ist guter Fachunterricht? Beiträge zur fachwissenschaftlichen Diskussion*. Bönen, S. 49–63.
- Brophy, Jere & Good, Thomas* (1986): Teacher behavior and student achievement. In: Wittrock, Merlin (Hrsg.): *Handbook of research on teaching*. 3. Aufl. New York, S. 328–375.
- Bruder, Regina & Reibold, Julia* (2010): Weil jeder anders lernt. *Mathematik lehren* 27 (162), S. 2–9.
- Bruder, Regina; Linneweber-Lammerskitten, Helmut & Reibold, Julia* (2015): Individualisieren und differenzieren. In: Bruder, Regina; Hefendehl-Hebeker, Lisa; Schmidt-Thieme, Barbara & Weigand, Hans-Georg (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, S. 513–534.
- Brunmair, Matthias & Richter, Tobias* (eingereicht): Similarity matters: A meta-analysis of interleaved practice and its moderators.
- Brunstein, Joachim C. & Glaser, Cornelia* (2011): Testing a path-analytic mediation model of how self-regulated writing strategies improve fourth graders' composition skills. A randomized controlled trial. *Journal of Educational Psychology* 103, S. 922–938.
- Bund, Andreas* (2004): *Selbstgesteuertes Bewegungslernen und Lernstrategien*. Darmstadt. http://www.uni-oldenburg.de/fileadmin/user_upload/sport/download/andreasbund/publikationen/Publikation_23.pdf
- Carnine, Douglas W.; Silbert, Jerry; Kameenui, Edward J. & Tarver, Sara G.* (2010): *Direct instruction reading*. Boston.
- Cauet, Eva; Liepertz, Sven; Borowski, Andreas & Fischer, Hans E.* (2015): Does it matter what we measure? Domain-specific professional knowledge of physics teachers. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften* 37 (3), S. 462–479.

- Chi, Micheline T.; Feltovich, Paul J. & Glaser, Robert (1981): Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science* 5 (2), S. 121–152.
- Clariana, Roy B.; Wagner, Daren & Roher Murphy, Lucia C. (2000): Applying a connectionist description of feedback timing. *Educational Technology Research and Development* 48 (3), S. 5–22.
- Clausen, Marten (2002): Unterrichtsqualität: Eine Frage der Perspektive? Empirische Analysen zur Übereinstimmung, Konstrukt- und Kriteriumsvalidität. Münster.
- Dean, Ceri B.; Hubbell, Elizabeth R.; Pitler, Howard & Stone, Bj (2012): Classroom instruction that works. Alexandria, VA.
- Dignath, Charlotte; Büttner, Gerhard & Langfeldt, Hans-Peter (2008): How can primary school students learn self-regulated learning strategies most effectively? A meta-analysis on self-regulation training programmes. *Educational Research Review* 3, S. 101–129.
- Ditton, Hartmut (2008): Qualitätsvolles Lehren und Lernen. In: Wiater, Werner & Pötke, Regina (Hrsg.): *Gymnasien auf dem Weg zur Exzellenz. Wie lässt sich Qualität am Gymnasium entwickeln?* Stuttgart, S. 54–62.
- Dröse, Jennifer; Prediger, Susanne & Marcus, Antje (2017): Förderbaustein S3 - Verstehen von Textaufgaben. In: Prediger, Susanne; Selter, Christoph; Nührenbörger, Marcus & Hußmann, Stephan (Hrsg.): *Mathe sicher können. Förderbausteine und Handreichungen für ein Diagnose - und Förder-konzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen.* Berlin, S. 72–85. <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/437>
- Drollinger-Vetter, Barbara (2011): Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht. Münster.
- Duffy, Gerald G. (2002): The case for direct explanation of strategies. In: Block, Cathy C. & Pressley Sherri (Hrsg.): *Comprehension instruction: Research-based best practices. Solving problems in the teaching of literacy.* New York, S. 28–41.
- Duke, Nell K. & Pearson, P. David (2002): Effective practices for developing reading comprehension. In: Farstrup, Alan E. & Samuels, S. Jay (Hrsg.): *What research has to say about reading instruction.* Newar, S. 205–242.
- Dunlosky, John; Rawson, Katherine A.; Marsh, Elizabeth J.; Nathan, Mitchell J. & Willingham, Daniel T. (2013): Improving students' learning with effective learning techniques: Promising directions from cognitive and educational psychology. *Psychological Science in the Public Interest* 14 (1), S. 4–58.
- Durkin, Kelley & Rittle-Johnson, Bethany (2012): The effectiveness of using incorrect examples to support learning about decimal magnitude. *Learning and Instruction* 22 (3), S. 206–214.

- Einsiedler, Wolfgang* (1997): Unterrichtsqualität und Leistungsentwicklung. Literaturüberblick. In: Weinert, Franz E. & Helmke, Andreas (Hrsg.): Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim, S. 225–240.
- Fauth, Benjamin; Decristan, Jasmin; Rieser, Svenja; Klieme, Eckhard & Büttner, Gerhard* (2014): Grundschulunterricht aus Schüler-, Lehrer- und Beobachterperspektive: Zusammenhänge und Vorhersage von Lernerfolg. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie* 28 (3), S. 127–137.
- Felbrich, Anja* (2005): Kontrastierungen als effektive Lerngelegenheiten zur Vermittlung von Wissen über Repräsentationsformen am Beispiel des Graphen einer linearen Funktion. Dissertation, Technische Universität Berlin.
- Friedrich, Helmut F.* (1995): Training und Transfer reduktiv-organisierender Strategien für das Lernen mit Texten. Münster.
- Friedrich, Helmut F. & Mandl, Heinz* (1992): Lern- und Denkstrategien – ein Problemauflösungsprozess. In: Mandl, Heinz & Friedrich, Helmut F. (Hrsg.): Lern- und Denkstrategien. Analyse und Intervention. Göttingen, S. 3–54.
- Gadgil, Soniya; Nokes-Malach, Timothy J. & Chi, Michelene T. H.* (2012): Effectiveness of holistic mental model confrontation in driving conceptual change. *Learning and Instruction* 22 (1), S. 47–61.
- Gentner, Dedre; Loewenstein, Jeffrey & Thompson, Leigh* (2003): Learning and transfer: A general role for analogical encoding. *Journal of Educational Psychology* 95 (2), S. 393–408.
- Gick, Mary L. & Holyoak, Keith J.* (1980): Analogical problem solving. *Cognitive Psychology* 12 (3), S. 306–355.
- Gick, Mary L. & Holyoak, Keith J.* (1983): Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology* 15 (1), S. 1–38.
- Gold, Andreas* (2008): Lehrstrategien. In: Schneider, Wolfgang & Hasselhorn, Marcus (Hrsg.): Handbuch der Pädagogischen Psychologie. Göttingen, S. 245–255.
- Götze, Daniela & Selter, Christoph* (2013): Die Grundschulprojekte Kira und PIK AS–Konzeptionelles und Beispiele. In: Allmendinger, Henrike; Lengnink, Katja; Vohns, Andreas & Wickel, Andreas (Hrsg.): Mathematik verständlich unterrichten. Wiesbaden, S. 169–187.
- Guldimann, Titus* (1996): Eigenständiger Lernen. Durch metakognitive Bewusstheit und Erweiterung des kognitiven und metakognitiven Strategierepertoires. Bern.
- Guldimann, Titus & Zutavern, Michael* (1999): »Das passiert uns nicht noch einmal!« Schülerinnen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In: Althof, Wolfgang (Hrsg.): Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstags von Fritz Oser. Opladen, S. 233–258.

- Hascher, Tina & Hagenauer, Gerda* (2010): Lernen aus Fehlern. In: Spiel, Christiane (Hrsg.): *Bildungspsychologie*. Göttingen, S. 377–381.
- Hasselhorn, Marcus & Gold, Andreas* (2009): *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lehren und Lernen*. Stuttgart.
- Hattie, John* (2009): *Visible Learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London.
- Hattie, John & Timperley, Helen* (2007): The power of feedback. *Review of Educational Research* 77 (1), S. 81–112.
- Heidrich, Ruth* (2011): *Abschluss-Prüfungsaufgaben Hauptschule Niedersachsen; Deutsch 9. Klasse. Mit den Original-Prüfungsaufgaben Jahrgänge 2007-2011 mit Lösungen und Training 2. überarb. Aufl. Freising*.
- Heinze, Aiso* (2004): Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. Theoretische Grundlegung, Methode und Ergebnisse einer Videostudie. *Journal für Mathematikdidaktik* 25 (3–4), S. 221–244.
- Hellmich, Frank & Wernke, Stephan* (2009): Was sind Lernstrategien ... und warum sind sie wichtig? In: Hellmich, Frank & Wernke, Stephan (Hrsg.): *Lernstrategien im Grundschulalter. Konzepte, Befunde und praktische Implikationen*. Stuttgart, S. 13–24.
- Helm, Christoph* (2016): Zentrale Qualitätsdimensionen von Unterricht und ihre Effekte auf Schüleroutcomes im Fach Rechnungswesen. *Zeitschrift für Bildungsforschung* 6 (2), S. 101–119.
- Helmke, Andreas* (2009): *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Seelze-Velber.
- Hess, Miriam & Lipowsky, Frank* (2016): *Unterrichtsqualität und das Lernen der Schüler*. In: Rothland, Martin (Hrsg.): *Beruf Lehrer/Lehrerin. Ein Studienbuch*. Münster, S. 149–169.
- Hiebert, James & Grouws, Douglas A.* (2007): The effects of classroom mathematics teaching on student's learning. In: Lester, Frank K. (Hrsg.): *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, S. 371–404.
- Hohm, Michael* (2005): *Zum Zusammenhang von Sprachbewusstheit, Lesekompetenz und Textverstehen. Historische, fachdidaktische und unterrichtspraktische Aspekte der Problematik*. Dissertation, Julius-Maximilians-Universität Würzburg. <https://opus.bibliothek.uni-wuerzburg.de/files/1653/hohm.pdf>
- Huth, Katja* (2004): *Entwicklung und Evaluation von fehlerspezifischem informativem tutoriellem Feedback (ITF) für die schriftliche Subtraktion*. Dissertation, Technische Universität Dresden. <http://www.qucosa.de/fileadmin/data/qucosa/documents/1243/1105354057406-4715.pdf>

- Kang, Sean H. K. & Pashler, Harold* (2012): Learning painting styles: Spacing is advantageous when it promotes discriminative contrast. *Applied Cognitive Psychology* 26 (1), S. 97–103.
- Klauer, Karl Josef* (1988): Teaching for learning-to-learn: A critical appraisal with some proposals. *Instructional Science* 17, S. 351–367.
- Klauer, Karl Josef* (2011): Transfer des Lernens. Warum wir oft mehr lernen als gelehrt wird. Stuttgart.
- Klauer, Karl Josef & Leutner, Detlef* (2007): Lehren und Lernen. Einführung in die Instruktionspsychologie. Weinheim.
- Kleinknecht, Marc* (2010): Aufgabenkultur im Unterricht. Eine empirisch-didaktische Video- und Interviewstudie an Hauptschulen. Baltmannsweiler.
- Klieme, Eckhard* (2006): Empirische Unterrichtsforschung. Aktuelle Entwicklungen, theoretische Grundlagen und fachspezifische Befunde. Einführung in den Thementeil. *Zeitschrift für Pädagogik* 52 (6), S. 765–773.
- Klieme, Eckhard* (2019): Unterrichtsqualität. In: Gläser-Zikuda, Michaela; Harring, Marius & Rohlf, Carsten (Hrsg.): *Handbuch Schulpädagogik*. Stuttgart, S. 393–408.
- Klieme, Eckhard; Schümer, Gundel & Knoll, Steffen* (2001): Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: »Aufgabenkultur« und Unterrichtsgestaltung. In: Klieme, Eckhard & Baumert, Jürgen (Hrsg.): *TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht. Forschungsbefunde, Reforminitiativen, Praxisberichte und Video-Dokumente*. Bonn, S. 43–57.
- Klieme, Eckhard; Lipowsky, Frank; Rakoczy, Katrin & Ratzka, Nadja* (2006): Qualitätsdimensionen und Wirksamkeit von Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und ausgewählte Ergebnisse des Projekts »Pythagoras«. In: Prenzel, Manfred & Allolio-Näcke, Lars (Hrsg.): *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms*. Münster, S. 127–146.
- Kron, Friedrich W.* (1994): *Grundwissen Didaktik*. München.
- Kulhavy, Raymond W. & Stock, William A.* (1989): Feedback in written instruction: The place of response certitude. *Educational Psychology Review* 1 (4), S. 279–308.
- Kulik, James A. & Kulik, Chen-Lin C.* (1988): Timing of feedback and verbal learning. *Review of Educational Research* 58 (1), S. 79–97.
- Kultusministerkonferenz (KMK)* (2004): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München/Neuwied.
- Kunter, Mareike* (2005): *Multiple Ziele im Mathematikunterricht*. Münster.
- Kunter, Mareike & Trautwein, Ulrich* (2013): *Psychologie des Unterrichts*. Paderborn/München.
- Kunter, Mareike & Voss, Thamar* (2011): Das Modell der Unterrichtsqualität in COACTIV: Eine multikriteriale Analyse. In: Kunter, Mareike; Baumert, Jürgen;

- Blum, Werner; Klusmann, Uta; Krauss, Stefan & Neubrand, Michael (Hrsg.): Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV. Münster, S. 85–113.
- Kunter, Mareike; Brunner, Martin; Baumert, Jürgen; Klusmann, Ute; Krauss, Stefan; Blum u. a. (2005): Der Mathematikunterricht der PISA-Schülerinnen und -Schüler. Schulformunterschiede in der Unterrichtsqualität. Zeitschrift für Erziehungswissenschaft 8 (4), S. 502–520.
- Kurtz, Kenneth J. & Loewenstein, Jeffrey (2007): Converging on a new role for analogy in problem solving and retrieval: When two problems are better than one. Memory and Cognition 35 (2), S. 334–341.
- Landmann, Meike & Schmitz, Bernhard (2007): Selbstregulation erfolgreich fördern. Praxisnahe Trainingsprogramme für effektives Lernen. Stuttgart.
- Landmann, Meike; Perels, Franziska; Otto, Barbara; Schnick-Vollmer, Kathleen & Schmitz, Bernhard (2015): Selbstregulation und selbstreguliertes Lernen. In: Wild, Elke & Möller, Jens (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. 2. überarb. Aufl. Berlin, S. 45–65.
- Lauterbach, Christiane; Gabriel, Katrin & Lipowsky, Frank (2013): Hoch inferentes Rating: Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. In: Lotz, Miriam; Lipowsky, Frank & Faust, Gabriele (Hrsg.): Technischer Bericht zu den PERLE-Videostudien. Frankfurt/Main, S. 405–421.
- Leuders, Timo & Holzäpfel, Lars (2011): Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. Unterrichtswissenschaft 39 (3), S. 213–230.
- Leutner, Detlev (2010): Instruktionspsychologie. In: Rost, Detlev H. (Hrsg.): Handwörterbuch Pädagogische Psychologie. Weinheim, S. 290–297.
- Levin, Anne (2005): Lernen durch Fragen. Wirkung von strukturierenden Hilfen auf das Generieren von Studierendenfragen als begleitende Lernstrategie. Münster.
- Lingel, Klaus (2016): Metakognitives Wissen Mathematik. Entwicklung und Zusammenhang mit der Mathematikleistung in der Sekundarstufe I. Würzburg.
- Lipowsky, Frank (2002): Zur Qualität offener Lernsituationen im Spiegel empirischer Forschung – Auf die Mikroebene kommt es an. In: Drews, Ursula & Wallrabenstein, Wulf (Hrsg.): Freiarbeit in der Grundschule. Offener Unterricht in Theorie, Forschung und Praxis. Frankfurt/Main, S. 126–157.
- Lipowsky, Frank (2015): Unterricht. In: Wild, Elke & Möller, Jens (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. 2. überarb. Aufl. Heidelberg, S. 69–105.
- Lipowsky, Frank & Bleck, Victoria (im Druck): Was wissen wir über guten Unterricht? – Ein Update. In: Steffens, Ulrich & Messner, Rudolf (Hrsg.): Konzepte und Bedingungen qualitativollen Unterrichts. Grundlagen der Qualität von Schule (Band 3). Münster.

- Lipowsky, Frank & Lotz, Miriam (2015): Ist Individualisierung der Königsweg zum Lernen? Eine Auseinandersetzung mit Theorien, Konzepten und empirischen Befunden. In: Mehlhorn, Gerlinde; Schöppe, Karola & Schulz, Frank (Hrsg.): Begabungen entwickeln & Kreativität fördern. München, S. 155–219.
- Lipowsky, Frank; Rakoczy, Katrin; Drollinger-Vetter, Barbara; Klieme, Eckhard, Reuser, Kurt & Pauli, Christine (2009): Quality of geometry instruction and its short-term impact on students' understanding of Pythagorean Theorem. *Learning and Instruction* 19 (6), S. 527–537.
- Lipowsky, Frank; Richter, Tobias; Borromeo-Ferri, Rita; Ebersbach, Mirjam & Hänze, Martin (2015): Wünschenswerte Erschwernisse beim Lernen. *Schulpädagogik heute* 6 (11), S. 1–10. <http://www.schulpaedagogik-heute.de/archiv/>
- Lipowsky, Frank; Hess, Miriam; Arend, Julia; Böhnert, Anne; Denn, Ann-Katrin; Hirstein, Anastasia & Rzejak, Daniela (im Druck): Lernen durch Kontrastieren und Vergleichen – Ein Forschungsüberblick zu wirkungsmächtigen Prinzipien eines verständnisorientierten und kognitiv aktivierenden Unterrichts. In: Steffens, Ulrich & Messner, Rudolf (Hrsg.): *Konzepte und Bedingungen qualitativen Unterrichts – Grundlagen der Qualität von Schule* (Band 3). Münster.
- Lotz, Miriam (2016): Kognitive Aktivierung im Leseunterricht der Grundschule: Eine Videostudie zur Gestaltung und Qualität von Leseübungen im ersten Schuljahr. Wiesbaden.
- Lotz, Miriam; Gabriel, Katrin & Lipowsky, Frank (2013): Niedrig und hoch inferente Verfahren der Unterrichtsbeobachtung. Analysen zu deren gegenseitiger Validierung. *Zeitschrift für Pädagogik* 59 (3), S. 357–380.
- Maras, Rainer; Ametsbichler, Josef & Eckert-Kalthoff, Beate (2010): *Handbuch für die Unterrichtsgestaltung in der Grundschule. Planungshilfen, Strukturmodelle, didaktische und methodische Grundlagen*. Donauwörth.
- Marquardt-Mau, Brunhilde & Rojek, Regina (2011): Kinder auf den Spuren Charles Darwins – Evolutionsbiologie im Sachunterricht. In: Dreesmann, Daniel; Graf, Dittmar & Witte, Klaudia (Hrsg.): *Evolutionsbiologie. Moderne Themen für den Unterricht*. Spectrum. Heidelberg, S. 43–64.
- Marzano, Robert J.; Pickering, Debra J. & Pollock, Jane E. (2001): *Classroom instruction that works: Research-based strategies for increasing student achievement*. Alexandria, VA.
- Matthäi, Jacqueline & Artelt, Cordula (2009): Förderung von Strategien des Textverstehens in der Grundschule? Leseförderung zwischen Schriftspracherwerb und strategischer Steuerung. In: Hellmich, Frank & Wernke, Stephan (Hrsg.): *Lernstrategien im Grundschulalter. Konzepte, Befunde und praktische Implikationen*. Stuttgart, S. 105–117.

- Mayer, Richard E. (1995). Feedback. In: Anderson, Lorin W. (Hrsg.): International Encyclopedia of Teaching and Teacher Education. New York, S. 249–251.
- Mayer, Richard E. (2004): Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning? *American Psychologist* 59 (1), S. 14–19.
- Meyer, Hilbert (2007): Zehn Merkmale guten Unterrichts. In: Endres, Wolfgang (Hrsg.): Lernen lernen – wie stricken ohne Wolle? 13 Experten streiten über Konzepte und Modelle zur Lernmethodik. Weinheim, S. 167–187.
- Mietzel, Gerd (2001): Pädagogische Psychologie des Lernens und Lehrens. Göttingen.
- Minnemeier, Gerhard; Hermkes, Rico & Mach, Hanna (2015): Kognitive Aktivierung und konstruktive Unterstützung als Prozessqualitäten des Lehrens und Lernens. *Zeitschrift für Pädagogik* 61 (6), S. 837–856.
- Narciss, Susanne (2004): The impact of informative tutoring feedback and self-efficacy on motivation and achievement in concept learning. *Experimental Psychology* 51 (3), S. 214–228.
- Nemeth, Lea; Werker, Katharina; Arend, Julia; Vogel, Sebastian & Lipowsky, Frank (2019): Interleaved learning in elementary school mathematics – Effects on the flexible and adaptive use of subtraction strategies. *Frontiers in Psychology* 10 (86). <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.00086>
- Niederkofler, Benjamin & Amesberger, Günter (2016): Kognitive Handlungsrepräsentationen als Strukturgrundlage zur Definition von kognitiver Aktivierung im Sportunterricht. *Sportwissenschaft* 46 (3), S. 188–200.
- Niegemann, Helmut M. (2004): Lernen und Fragen: Bilanz und Perspektiven der Forschung. *Unterrichtswissenschaft* 32 (4), S. 345–356.
- Oser, Fritz & Baeriswyl, Franz (2001): Choreographies of teaching: Bridging instruction to learning. In: Richardson, Virginia (Hrsg.): *Handbook of Research on Teaching*. Washington, S. 1031–1065.
- Oser, Fritz & Spychiger, Maria (2005): Lernen ist schmerzhaft. Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim.
- Palincsar, Annemarie & Brown, Ann L. (1984): Reciprocal teaching of comprehension-fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction* 1 (2), S. 117–175.
- Pallack, Andreas; vom Hofe, Rudolf & Salle, Alexander (2014): Individuelle Förderung im Mathematikunterricht – So geht’s. In: Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.): *Impulse für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht. Materialien und Anregungen zur Unterrichtsentwicklung- Berichte aus den SINUS.NRW Projekten*. Frechen, S. 31–44.

- Pauli, Christine* (2006): »Fragend-entwickelnder Unterricht« aus der Sicht der sozio-kulturalistisch orientierten Unterrichtsgesprächsforschung. In: Baer, Matthias; Fuchs, Michael; Füglistner, Peter; Reusser, Kurt & Wyss, Heinz (Hrsg.): Didaktik auf psychologischer Grundlage. Von Hans Aebli's kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung. Bern, S. 192–206.
- Pauli, Christine* (2010): Klassengespräche–Engführung des Denkens oder gemeinsame Wissenskonstruktion selbstbestimmt lernender Schülerinnen und Schüler. In: Bohl, Thorsten; Kansteiner-Schänzlin, Katja; Kleinknecht, Marc; Kohler, Britta & Nold, Anja (Hrsg.): Selbstbestimmung und Classroom Management. Empirische Befunde und Entwicklungsstrategien zum guten Unterricht. Bad Heilbrunn, S. 145–161.
- Pauli, Christine* (2012): Kodierende Beobachtung. In: de Boer, Heike & Reh, Sabine (Hrsg.): Beobachtungen in der Schule – Beobachten lernen. Wiesbaden, S. 45–63.
- Pauli, Christine; Drollinger-Vetter, Barbara; Hugener, Isabelle & Lipowsky, Frank* (2008): Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 22 (2), S. 127–135.
- Petersen, Jörg & Sommer, Hartmut* (1999): Die Lehrerfrage im Unterricht. Ein praxisorientiertes Studien- und Arbeitsbuch mit Lernsoftware. Donauwörth.
- Peterßen, Wilhelm H.* (2000): Handbuch Unterrichtsplanung. Grundfragen, Modelle, Stufen, Dimensionen. München.
- Philipp, Maik & Schilcher, Anita* (Hrsg.) (2012): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Leseförderansätze. Seelze.
- PIKAS-Team* (2012): Mathe ist Trumpf – Materialien zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht aus dem Projekt PIKAS. Berlin.
- Prediger, Susanne* (2015): Wortfelder und Formulierungsvariation. Intelligente Spracharbeit ohne Erziehung zur Oberflächlichkeit. Webversion eines Artikels erschienen in Lernchancen 18 (104), S. 10–14. <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/15-Lernchancen-Prediger-Formulierungsvariation-Webversion.pdf>
- Prediger, Susanne & Wittmann, Gerald* (2009): Aus Fehler lernen – (wie) ist das möglich? Praxis der Mathematik in der Schule 51 (27), S. 1–8.
- Pressley, Michael* (2002): Comprehension strategies instruction: A turn-of-the-century status report. In: Block, Cathy C. & Pressley, Michael (Hrsg.): Comprehension instruction: Research-based best practices. Solving problems in the teaching of Literacy. New York, S. 11–27.
- Rakoczy, Katrin* (2006): Motivationsunterstützung im Mathematikunterricht. Zeitschrift für Pädagogik 52 (6), S. 822–843.

- Rakoczy, Katrin & Pauli, Christine (2006): Hoch inferentes Rating: Beurteilung der Qualität unterrichtlicher Prozesse. In: Hugener, Isabelle; Pauli, Christine & Reusser, Kurt (Hrsg.): Videoanalysen. Frankfurt/Main, S. 206–233.
- Rakoczy, Katrin; Klieme, Eckhard; Bürgermeister, Anika & Harks, Birgit (2008): The interplay between student evaluation and instruction. Grading and feedback in mathematics classrooms. *Zeitschrift für Psychologie* 216 (2), S. 111–124.
- Raphael, Taffy E.; George, MariAnne; Weber, Catherine M. & Nies, Abigail (2009): Approaches to teaching reading comprehension. In: Israel, Susan E. & Duffy, Gerald G. (Hrsg.): *Handbook of research on reading comprehension*. New York, S. 449–469.
- Renkl, Alexander (1991): Die Bedeutung der Aufgaben- und Rückmeldungsgestaltung für die Leistungsentwicklung im Fach Mathematik. Dissertation, Universität Heidelberg.
- Renkl, Alexander (1996): Träges Wissen: Wenn Erlerntes nicht genutzt wird. *Psychologische Rundschau* 47 (2), S. 78–92.
- Renkl, Alexander (2009): Wissenserwerb. In: Wild, Elke & Möller, Jens (Hrsg.): *Pädagogische Psychologie*. Heidelberg, S. 4–25.
- Reusser, Kurt (2005): Problemorientiertes Lernen – Tiefenstruktur, Gestaltungsformen, Wirkung. In: *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung* 23 (2), S. 159–182.
- Reusser, Kurt; Pauli, Christine & Waldis, Monika (Hrsg.) (2009): *Unterrichtsgestaltung und Unterrichtsqualität – Ergebnisse einer internationalen und schweizerischen Videostudie zum Mathematikunterricht*. Münster.
- Richert, Peggy (2005): Typische Sprachmuster der Lehrer-Schüler-Interaktion. Empirische Untersuchung zur Feedbackkomponente in der unterrichtlichen Interaktion. Bad Heilbrunn.
- Richland, Lindsey E.; Zur, Osnat & Holyoak, Keith J. (2007): Cognitive supports for analogies in the mathematics classroom. *Science* 316, S. 1128–1129.
- Rittle-Johnson, Bethany & Star, Jon R. (2007): Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology* 99 (3), S. 561–574.
- Rittle-Johnson, Bethany & Star, Jon R. (2009): Compared with what? The effects of different comparisons on conceptual knowledge and procedural flexibility for equation solving. *Journal of Educational Psychology* 101 (3), S. 529–544.
- Rittle-Johnson, Bethany; Star, Jon R. & Durkin, Kelley (2012). Developing procedural flexibility: Are novices prepared to learn from comparing procedures? *British Journal of Educational Psychology* 82 (3), S. 436–455.
- Rittle-Johnson, Bethany; Loehr, Abbey M. & Durkin, Kelley (2017): Promoting self-explanation to improve mathematics learning: A meta-analysis and instruction design principles. *ZDM Mathematics Education* 49, S. 599–611.

- Rohrer, Doug (2012): Interleaving helps students distinguish among similar concepts. *Educational Psychology Review* 24 (3), S. 355–367.
- Rohrer, Doug; Dedrick, Robert F. & Burgess, Kaleena (2014): The benefit of interleaved mathematics practice is not limited to superficially similar kinds of problems. *Psychonomic Bulletin & Review* 21 (5), S. 1323–1330.
- Rohrer, Doug; Dedrick, Robert F. & Stershic, Sandra (2015): Interleaved practice improves mathematics learning. *Journal of Educational Psychology* 107 (3), S. 900–908.
- Rosenshine, Barak V. (1995): Advances in research on instruction. *Journal of Educational Research* 88 (5), S. 262–268.
- Rosenshine, Barak; Meister, Carla & Chapman, Saul (1996): Teaching students to generate questions: A review of the intervention studies. *Review of Educational Research* 66 (2), S. 181–221.
- Roth, Kathleen J. (1990): Developing meaningful conceptual understanding in science. In: Jones, Beau F. & Idol, Lorna (Hrsg.): *Dimensions of thinking and cognitive instruction*. Hillsdale, S. 139–175.
- Rutke, Ulrike (2007): *Schülervorstellungen und wissenschaftliche Vorstellungen zur Entstehung und Entwicklung des menschlichen Lebens: ein Beitrag zur Didaktischen Rekonstruktion*. Dissertation, LMU München.
- Ryan, Richard M. & Deci, Edward L. (2000): Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist* 55 (1), S. 68–78.
- Sadler, David Royce (1989): Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional Science* 18, S.119–144.
- Scherer, Petra & Moser Opitz, Elisabeth (2010): *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg.
- Schraw, Gregory & Moshman, David (1995): Metacognitive theories. *Educational Psychology* 7 (4), S. 351–370.
- Schupp, Hans (2002): *Thema mit Variationen. Aufgabenvariation im Mathematikunterricht*. Hildesheim, Berlin.
- Schwelle, Veronika (2016): *Lernen mit (un-)ähnlichen Beispielen: Zur Bedeutung der Oberflächenstruktur von Beispielen im naturwissenschaftlichen Sachunterricht*. Münster.
- Seidel, Tina (2003): Sichtstrukturen – Organisation unterrichtlicher Aktivitäten. In: Seidel, Tina; Prenzel, Manfred; Duit, Reinders & Lehrke, Manfred (Hrsg.): *Technischer Bericht zur Videostudie »Lehr-Lern-Prozesse im Physikunterricht«*. Kiel, S. 113–127.
- Seidel, Tina & Shavelson, Richard J. (2007): Teaching effectiveness research in the past decade. The role of theory and research design in disentangling meta-analysis results. *Review of Educational Research* 77 (4), S. 454–499.

- Seifried, Jürgen & Wuttke, Eveline* (2016): Professionelle Kompetenzen von Lehrkräften – Das Beispiel kognitive Aktivierung. bwp@ Berufs- und Wirtschaftspädagogik – online, Profil 4: Kompetenzentwicklung im wirtschaftspädagogischen Kontext: Programmatik – Modellierung – Analyse. Digitale Festschrift für Sabine Matthäus, 1–18. http://www.bwpat.de/profil4/seifried_wuttke_profil4.pdf
- Selter, Christoph* (2001a): Addition and subtraction of three-digit numbers: German elementary children's success, methods and strategies. *Educational Studies in Mathematics* 47 (2), S. 145–173.
- Selter, Christoph* (2001b): Vorgehensweisen von Grundschulern bei der Aufgabe 701–698. In: Kaiser, Gabriele (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2001. Hildesheim, S. 576–579.
- Selter, Christoph* (2017): Was ist guter Mathematikunterricht? Berlin.
- Siegler, Robert S.* (2002): Microgenetic studies of self-explanations. In: Granott, Nira & Parziale, Jim (Hrsg.): Microdevelopment: Transition processes in development and learning. New York, S. 31–58.
- Siegler, Robert S. & Chen, Zhe* (2008): Differentiation and integration: Guiding principles for analyzing cognitive change. *Developmental Science* 11, S. 433–448.
- Soostmeyer, Michael* (1977): Das entdeckende und forschende Lernen als Ansatzpunkt einer Didaktik der Denkerziehung im naturwissenschaftlich-technischen Sachunterricht der Grundschule. Fachperspektive Physik: Versuch einer Grundlegung. Dissertationsschrift. Essen.
- Star, Jon R. & Rittle-Johnson, Bethany* (2009): It pays to compare. An experimental study on computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology* 102 (4), S. 408–426.
- Steck, Andrea* (2009): Förderung des Leseverstehens in der Grundschule. Fortbildungsbausteine für Lehrkräfte. Baltmannsweiler.
- Taylor, Kelli & Rohrer, Doug* (2010): The effects of interleaved practice. *Applied Cognitive Psychology* 24 (6), S. 837–848.
- Torbeyns, Joke & Verschaffel, Lieven* (2016): Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. *European Journal of Psychology of Education* 31, S. 99–116.
- Service Center Lehre der Universität Kassel* (o.J.). Lernziele. <https://www.uni-kassel.de/einrichtungen/fileadmin/datas/einrichtungen/scl/LLukas/Lernziele.pdf>
- Vollmeyer, Regina & Rheinberg, Falko* (2005): A surprising effect of feedback on learning. *Learning and Instruction* 15 (6), S. 589–602.
- Weinert, Franz E.* (1998): Guter Unterricht ist ein Unterricht, in dem mehr gelernt als gelehrt wird. In: Freund, Josef; Gruber, Heinz & Weidinger, Walter (Hrsg.): Guter Unterricht – Was ist das? Aspekte von Unterrichtsqualität. Wien, S. 7–18.

- Werker, Katharina; Nemeth, Lea; Arend, Julia & Lipowsky, Frank* (in Vorbereitung): Interleaved practice in elementary school mathematics.
- Wiater, Werner* (2005): Unterrichtsprinzipien. Donauwörth.
- Wittmann, Erich Christian & Müller, Gerhard N.* (1990): Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd.1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart.
- Wittmann, Erich Christian* (1996): Offener Mathematikunterricht in der Grundschule – vom Fach aus. *Grundschulunterricht* 43 (6), S. 3–7.
- Ziegelbauer, Sascha* (2009): Denkprozesse lernwirksam anregen. Sensortechnik im modernen Physikunterricht. Marburg.
- Ziegler, Esther & Stern, Elsbeth* (2016): Consistent advantages of contrasted comparisons: Algebra learning under direct instruction. *Learning and Instruction* 41, S. 41–51.